Übungsblatt 6

Besprechung der mündlichen Aufgaben am 26.–30. 11. 2012
Abgabe der schriftlichen Lösungen bis 15:00 am 5. 12. 2012

Aufgabe 42 **10 *Punkte***

Eine **linksreguläre** Grammatik darf nur Regeln der Bauart $A \to a$, $A \to Ba$ oder $A \to \varepsilon$ enthalten. Der Begriff einer rechtsregulären Grammatik ist analog definiert, entspricht also dem in der Vorlesung definierten Typ einer regulären Grammatik.

Gegeben seien die beiden Grammatiken

$$\begin{aligned} G_1 &= \big(\{S\},\ \{a,b\},\ \{S \to ababS, abab\},\ S\big) \ \text{ und} \\ G_2 &= \big(\{S,T\},\ \{a,b\},\ \{S \to aS, abT;\ T \to aT, abS, ab\},\ S\big). \end{aligned}$$

(a) Geben Sie einen regulären Ausdruck sowie eine links- und eine rechtsreguläre Grammatik für die Sprache $L(G_1)$ an. *(mündlich)*

(b) Zeigen Sie allgemein, dass eine Sprache genau dann von einer linksregulären Grammatik erzeugt wird, wenn es eine rechtsreguläre Grammatik für sie gibt. *(mündlich)*

(c) Geben Sie einen regulären Ausdruck sowie eine links- und eine rechtsreguläre Grammatik für die Sprache $L(G_2)$ an. *(6 Punkte)*

(d) Lassen sich mit Grammatiken, die nur Produktionen der Form $A \to a$, $A \to Ba$, $A \to aB$ und $A \to \varepsilon$ enthalten, auch nicht-reguläre Sprachen erzeugen? Begründen Sie Ihre Antwort. *(4 Punkte)*

Aufgabe 43 **5 *Punkte***

Finden Sie Grammatiken für die folgenden Sprachen über $\Sigma = \{a,b\}$:

$L_1 = \{w \in \Sigma^* \mid \text{in } w \text{ kommt } abab \text{ als Teilwort vor}\}$, *(mündlich)*

$L_2 = \{w \in \Sigma^* \mid \text{jeder zweite Buchstabe in } w \text{ ist ein } a\}$, *(mündlich)*

$L_3 = \{w \in \Sigma^* \mid \text{in } w \text{ kommen doppelt soviele } a\text{'s wie } b\text{'s vor}\}$. *(5 Punkte)*

Begründen Sie jeweils die Korrektheit Ihrer Grammatik.

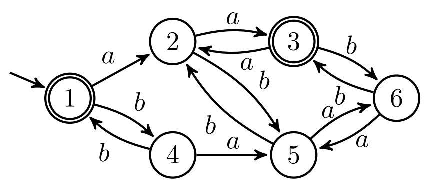
Aufgabe 44 Betrachten Sie den untenstehenden DFA M. **10 *Punkte***

(a) Geben Sie für M eine äquivalente reguläre Grammatik an. *(5 Punkte)*

(b) Geben Sie für die reguläre Grammatik $G = (\{A,B\}, \{a,b\}, P, A)$ mit den Regeln

$$\begin{aligned} P\colon A &\to aB, a, \varepsilon \\ B &\to bA, b \end{aligned}$$

einen äquivalenten NFA an. *(5 Punkte)*



Benutzen Sie jeweils das Verfahren aus der Vorlesung.

Aufgabe 45 Stimmen folgende Aussagen? Begründen Sie. ***mündlich***

(a) Die Sprache $L = \{x \in \{a,b\}^* \mid ax = xa\}$ ist regulär.

(b) Wenn A kontextfrei ist, dann ist A^* regulär.

(c) Wenn A^* regulär ist, dann ist A kontextfrei.

(d) Falls A, C kontextfreie Sprachen mit $A \subseteq B \subseteq C$ sind, dann ist auch B kontextfrei.

(e) Für kontextfreie Sprachen A, B sind auch $A \setminus B$ und $A \Delta B$ kontextfrei.

(f) Falls A, B kontextfreie Sprachen mit $A = BC$ sind, dann ist auch C kontextfrei.

(g) Falls A kontextfrei ist und $A \subseteq B$ gilt, dann kann B regulär sein.

(h) Eine kontextfreie Grammatik in CNF ist immer eindeutig.

Aufgabe 46 Zeigen Sie mittels der Sprache **5 *Punkte***

$$L = \{a^i b^j c^k d^l \mid i = 0 \text{ oder } j = k = l\},$$

dass die Umkehrung des Pumping-Lemmas für kontextfreie Sprachen im Allgemeinen falsch ist.

Aufgabe 47 ***mündlich***

Die Funktion l_{reg} (l_{kfr}) weise einer Sprache L, die die Konklusion des Pumping-Lemmas für reguläre (kontextfreie) Sprachen erfüllt, ihre Pumpingzahl und allen anderen Sprachen den Wert ∞ zu. Eine Sprache $T \subseteq \Sigma^*$ über einem *unären* Alphabet $\Sigma = \{a\}$ heißt *tally*. Zeigen Sie:

(a) Für jede Sprache L gilt $l_{kfr}(L) \le l_{reg}(L)$.

(b) Für jede tally Sprache T gilt $l_{kfr}(T) = l_{reg}(T)$.

(c) Für jede tally Sprache T mit $l = l_{reg}(T) < \infty$ gilt: Falls ein Wort a^n mit $n \ge l$ zu T gehört, so enthält T alle Wörter $a^{n+il!}$ für $i \ge 1$. *(optional)*

(d) Jede tally Sprache T mit $l = l_{reg}(T) < \infty$ ist regulär. *(optional)*
Hinweis: Finden Sie endliche Sprachen $A, B \subseteq T$ mit $T = A \cup B\{a^{l!}\}^*$.

(e) Es gibt keine tally Sprache in $\mathsf{CFL} - \mathsf{REG}$. *(optional)*