Übungsblatt 2

Abgabe der schriftlichen Lösungen bis 2. Mai 2013

Aufgabe 7 ***mündlich***

Zeigen Sie, dass ein Baum höchstens ein perfektes Matching hat.

Aufgabe 8 ***mündlich***

(a) Zeigen Sie, dass es zu jedem OSC S in einem Graphen G eine Knotenüberdeckung U mit $\|U\| \leq 2weight(S)$ gibt.

(b) Entwerfen Sie einen möglichst effizienten Algorithmus, der in einem gegebenem Graphen G eine Knotenüberdeckung U bestimmt, die höchstens doppelt so groß wie eine minimale Knotenüberdeckung ist.

Aufgabe 9 ***mündlich***

Modifizieren Sie den Algorithmus von Edmonds so, dass er für einen gegebenem Graphen G und ein gegebenes Matching M in G ein Matching M' mit $M \subseteq M'$ berechnet, das maximale Größe unter allen solchen Matchings hat.

Aufgabe 10 ***mündlich***

Sei $G = (V, E)$ ein Graph und $k \geq 1$. Sei $A \subseteq V$ die Menge aller Knoten in G, deren Grad größer als k ist. Zeigen Sie: Wenn A unabhängig ist, dann gibt es in G ein Matching M, das keinen Knoten in A frei lässt.

Aufgabe 11 ***mündlich***

Ein Teilgraph W eines Graphen G heißt *Spannwald*, falls er alle Knoten von G enthält und ein Wald (also kreisfrei) ist. Entwerfen Sie einen möglichst effizienten Algorithmus, der für einen gegebenem Graphen G einen Spannwald W mit möglichst wenigen Kanten bestimmt, der keine isolierten Knoten enthält.

Aufgabe 12 ***mündlich***

Schätzen Sie die asymptotische Laufzeit des Algorithmus von Edmonds (siehe Rückseite) ab.

Aufgabe 13 ***mündlich***

Modifizieren Sie den Algorithmus von Ford-Fulkerson so, dass er auch Mindestkapazitäten von Kanten berücksichtigt. Dabei soll der Fluss durch jede Kante

(a) zwischen der Mindest- und Maximalkapazität dieser Kante

(b) entweder 0 sein oder zwischen der Mindest- und Maximalkapazität dieser Kante

liegen.

Aufgabe 14 Gegeben ist folgendes Netzwerk N. ***10 Punkte***

(a) Bestimmen Sie mit dem Algorithmus von Ford-Fulkerson einen maximalen Fluss f für N.

(b) Berechnen Sie die Kapazität des Schnittes $S = \{s, a, b, c\}$.

(c) Hat S minimale Kapazität? Begründen Sie.