Informationsintegration

Query Containment

Ulf Leser

Inhalt dieser Vorlesung

- Query Containment
- Containment Mappings
- Depth-First Algorithmus
- Frozen Facts Algorithmus
- Containment bei Disjunktion, Negation, …

Query Containment

- Definition
  Sei S ein Datenbankschema, I eine Instanz von S und q_1, q_2 Anfragen gegen S. Sei q(I) das Ergebnis einer Anfrage q angewandt auf I. Dann ist

  q_1 *enthalten in* q_2, *geschrieben* $q_1 \subseteq q_2$

  gdw.

  $q_1(I) \subseteq q_2(I)$ *für alle möglichen I*
- Bemerkung
  - Wir können nicht alle Instanzen ausprobieren
  - Statt dessen analysieren wir die Anfrage selber
  - Untersuchung der Syntax, um eine semantische Aussage zu treffen

Weitere Beispiele

```
q1(B,D) :- edge(A,B), edge(B,C), edge(C,D), edge(D,E)
q2(A,C) :- edge(A,B), edge(B,C), edge(C,D)
q1 ⊆ q2
```

```
q1(C,B) :- edge(A,B), edge(C,A), edge(B,C), edge(A,D)
q2(X,Z) :- edge(X,Y), edge(Y,Z)
q1 ⊆ q2
```

```
q1(A,C) :- edge(A,B), edge(B,C)
q2(A,C) :- threeNodePath(A,B,C)
q1 ⊆ q2
```

```
q1(B,D):-edge(A,B),edge(B,C),edge(C,D),edge(A,E),edge(E,D)
q2(A,C):-edge(A,C),edge(C,E),edge(E,A),edge(A,B),edge(D,B)
q1 ⊆ q2
```

?

Vorarbeiten

- Definition
  - *Ein Symbol Mapping h von einer Anfrage q_2 in eine Anfrage q_1 ist eine Funktion h: $sym(q_2) \mapsto sym(q_1)$*
  - *Für ein Literal $l \in q_2$, $l=rel(A_1,...,A_m)$ ist h(l) definiert als*
    $$h(l) := rel(h(A_1),..., h(A_m))$$
- Bemerkung
  - Ein Symbol Mapping ist eine Funktion, bildet also jedes Symbol aus q_2 auf exakt ein Symbol aus q_1 ab

Containment Mappings

- Definition
  Ein Containment Mapping (CM) h von Anfrage q_2 nach Anfrage q_1 ist ein Symbol Mapping von q_2 nach q_1 für das gilt:
  1. $\forall c \in const(q_2)$ *gilt:* $h(c) = c$
     - *Jede Konstante in q_2 wird auf dieselbe Konstante in q_1 abgebildet*
  2. $\forall l \in q_2$ *gilt:* $h(l) \in q_1$
     - *Jedes Literal in q_2 wird auf (mindestens) ein Literal in q_1 abgebildet*
  3. $\forall e \in exp(q_2)$ *gilt:* $h(e) \in exp(q_1)$
     - *Der Kopf von q_2 wird auf den Kopf von q_1 abgebildet*
  4. $cond(q_1) \rightarrow cond(h(q_2))$
     - *Die Bedingungen von q_1 sind logisch restriktiver als die von q_2*

Vom CM zum Query Containment

- *Theorem*
  - *$q_1 \subseteq q_2$ gdw. es ein CM von q_2 nach q_1 gibt*
- *Lemma*
  - *$q_1 \equiv q_2$ gdw. es ein CM von q_2 nach q_1 und ein CM von q_1 nach q_2 gibt*
- Beweis
  - Nicht schwierig; über die (mengentheoretische) Semantik von Anfragen [CM77]

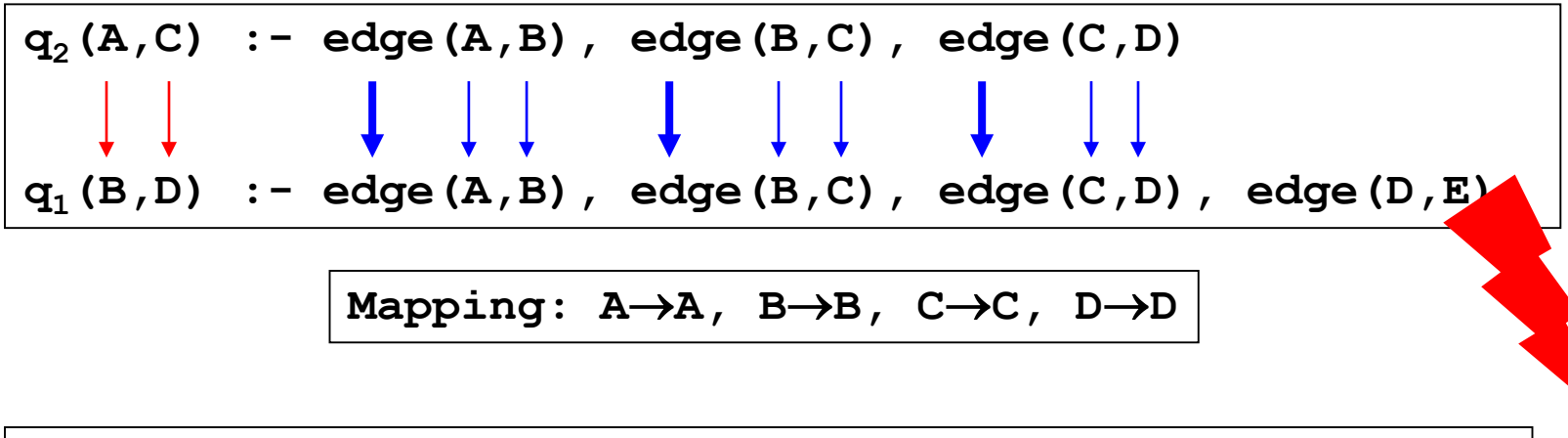
- Ursprünglich zur Anfrageminimierung entwickelt
- Richtung beachten

Intuition

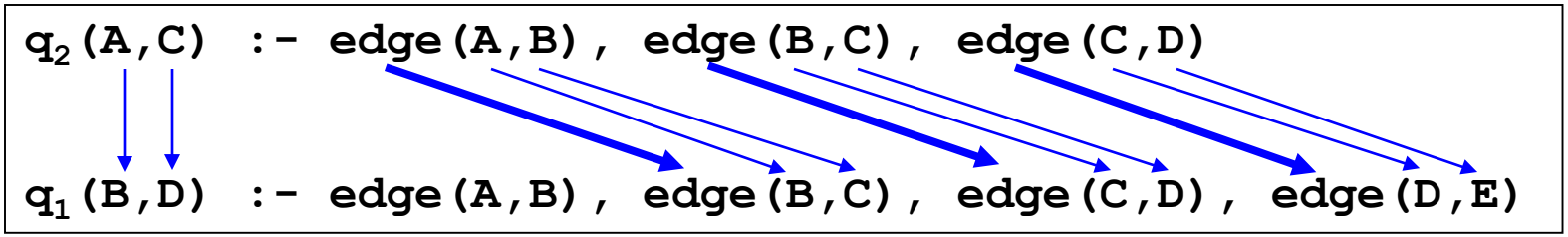
- Containment Mapping von q_2 nach q_1 …
  1. $\forall c \in const(q_2)$ gilt: $h(c) = c$;
     - Konstante dürfen sich nicht ändern (gleiche Selektionsbedingungen)
  2. $\forall l \in q_2$ gilt: $h(l) \in q_1$
     - Zusätzliche Literale in q_1 sind nur Filter auf dem Ergebnis; Containment wird dadurch nicht beeinflusst
  3. $\forall e \in exp(q_2)$ gilt: $h(e) \in exp(q_1)$
     - Es müssen auch die richtigen Variablen ausgegeben werden; q_1 darf weitere Variable exportieren, aber nicht weniger
  4. $cond(q_1) \rightarrow cond(h(q_2))$
     - Bedingungen in q_1 müssen äquivalent oder strikter sein (also höchstens Tupel wegfiltern) als die von q_2

Beispiel

$q_1 \subseteq q_2$?

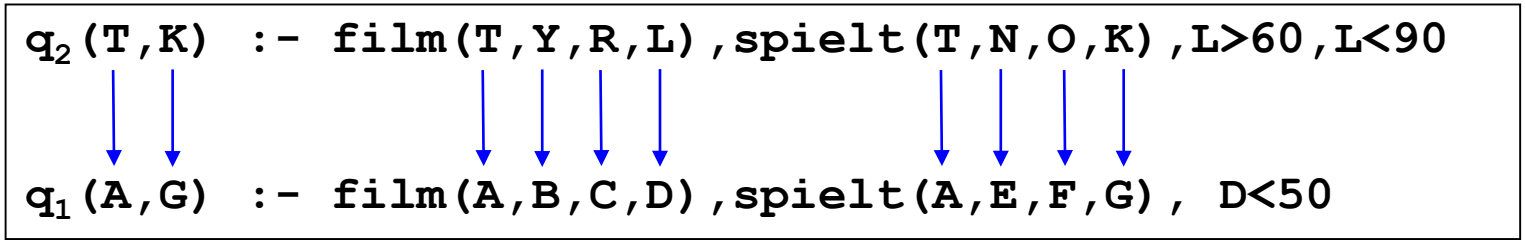


Mapping: A→A, B→B, C→C, D→D



Mapping: A→B, B→C, C→D, D→E

Beispiel



CM: $h(T) \rightarrow A,\ h(Y) \rightarrow B,\ h(R) \rightarrow C,\ \ldots$
$h(L) = D$

Aber: $D < 50 \not\rightarrow h(L) > 60 \wedge h(L) < 90$

$$q_1 \not\subseteq q_2$$

Beispiel wiederholt

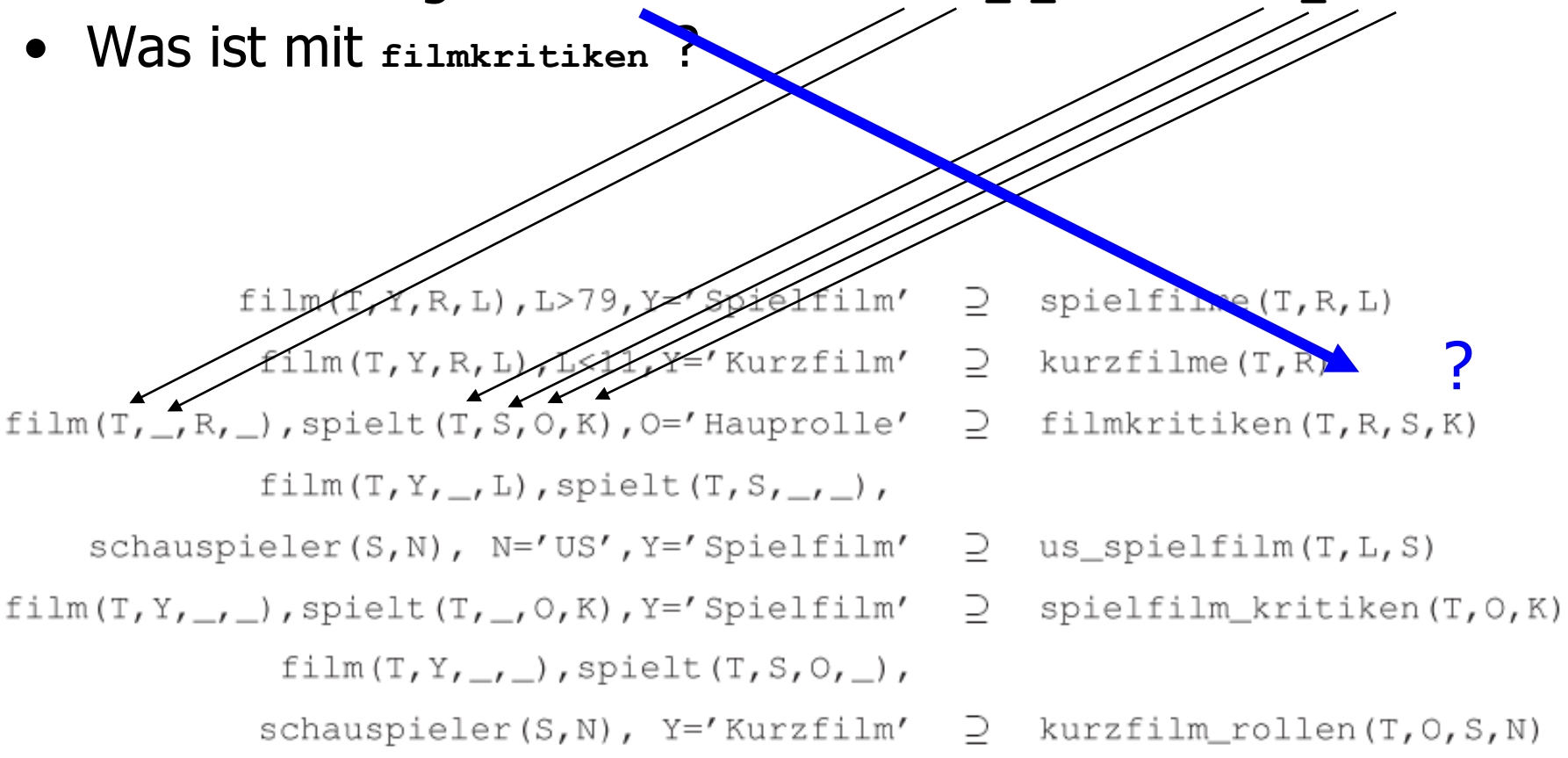
```
SELECT titel, typ, rolle, kritik
FROM   film, spielt
WHERE  film.titel = spielt.titel;
```

- Globale Anfrage: **`q(T,Y,O,K):-film(T,Y,_,_),spielt(T,_,O,K)`**
- Was ist mit **`filmkritiken`** ?

```
          film(T,Y,R,L),L>79,Y='Spielfilm'   ⊇  spielfilme(T,R,L)
           film(T,Y,R,L),L<11,Y='Kurzfilm'   ⊇  kurzfilme(T,R)
film(T,_,R,_),spielt(T,S,O,K),O='Hauprolle'  ⊇  filmkritiken(T,R,S,K)
           film(T,Y,_,L),spielt(T,S,_,_),
   schauspieler(S,N), N='US',Y='Spielfilm'   ⊇  us_spielfilm(T,L,S)
film(T,Y,_,_),spielt(T,_,O,K),Y='Spielfilm'  ⊇  spielfilm_kritiken(T,O,K)
            film(T,Y,_,_),spielt(T,S,O,_),
           schauspieler(S,N), Y='Kurzfilm'   ⊇  kurzfilm_rollen(T,O,S,N)
```

Beispiel wiederholt

- Globale Anfrage: `q(T,Y,O,K):-film(T,Y,_,_),spielt(T,_,O,K)`
- Was ist mit `filmkritiken` ?



Set-Semantik

- Alles gesagte gilt nur unter Set-Semantik
- Beispiel
  - Sei q_1`(X,Y):-r(X,Y);` q_2`(X,Y):-r(X,Y),s(Y,Z);`
  - Also: $q_2 \subseteq q_1$
  - Aber wenn: q_2`(X,Y) :- r(X,Y), s(Z,Z)`
  - Im Ergebnis ist jedes Tupel (X,Y) aus r so oft enthalten, wie (Z,Z) in s enthalten ist
  - Unter Set-Semantik ist das egal
- Bag-Semantik
  - Anfragen sind nur dann äquivalent, wenn sie isomorph sind
  - Containment bei Anfragen mit Ungleichheit ist unentscheidbar (PODS2006)

Inhalt dieser Vorlesung

- Query Containment
- Containment Mappings
- Depth-First Algorithmus
- Frozen Facts Algorithmus
- Containment bei Disjunktion, Negation, …

Wie findet man CMs von q nach v?

- Naiv: Jedes mögliche Symbol Mapping s testen
  - Sei m=|sym(v)|, n=|sym(q)| => m^n Symbol Mappings
- Aber: Literale müssen auf Literale abgebildet werden
  - Also müssen alle Symbole jedes Literals in q auf die Symbole eines Literals in v der gleichen Relation abgebildet werden
- Vorgehen
  - Wir zählen mögliche Ziele für Literale auf
  - Dabei können wir gleich Bedingung 1 (und 3) testen
  - Übrig bleibt ein Test, ob Abbildungen von Literalen kompatibel sind
    - Die gemeinsame Abbildung muss eine Funktion bleiben
  - Berechnung wachsender Containment Mappings

Suchraum

$v \subseteq q$?

```
q = a(...),b(...),b(...),c(...)
v = b(...),c(...),a(...),b(...),d(...)
```

Nummerieren

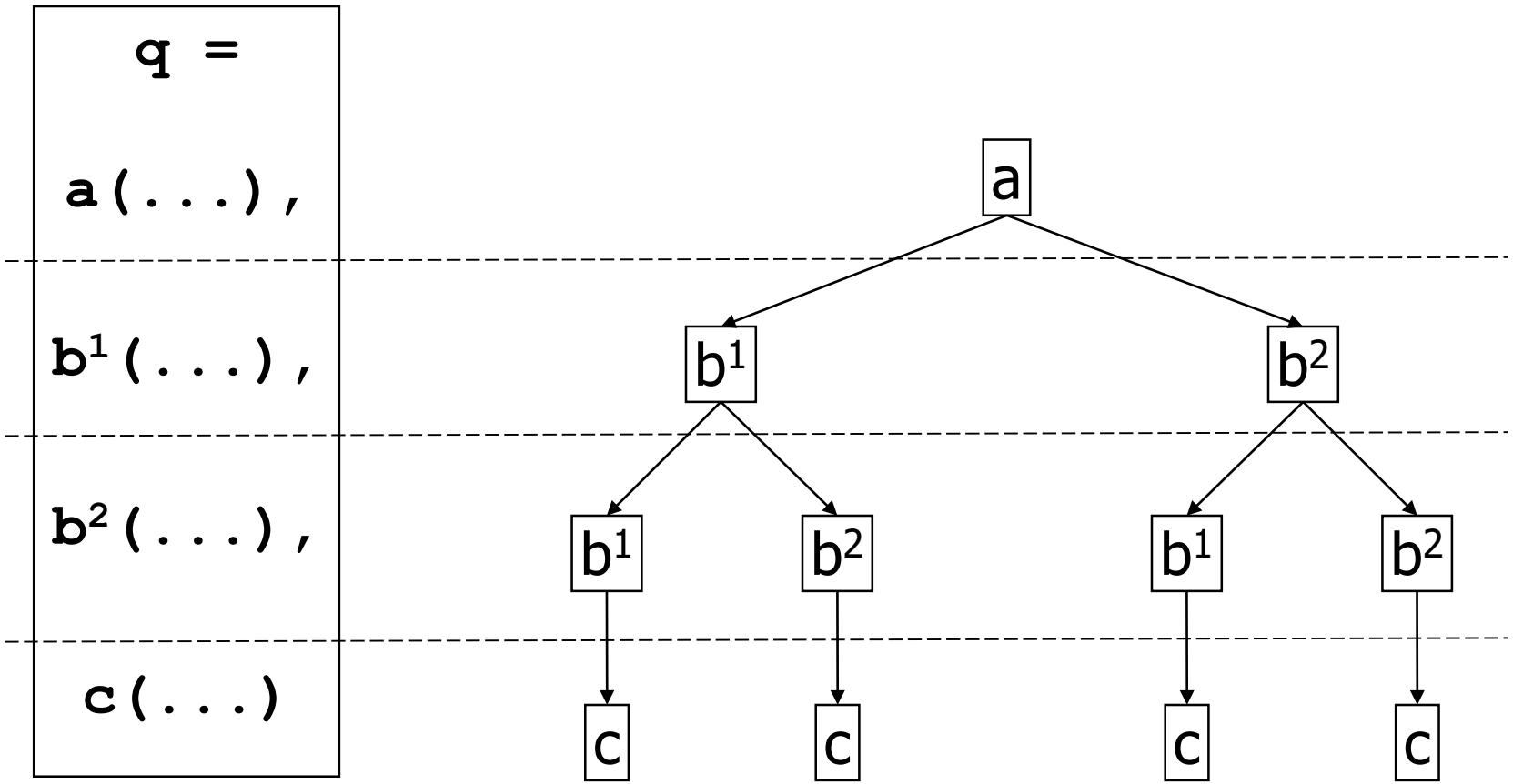
```
q = a(...),b1(...),b2(...),c(...)
v = b1(...),c(...),a(...),b2(...),d(...)
```

... jedes Literal von q muss auf mindestens ein Literal in v abgebildet werden ...

Möglichkeiten:

$a \rightarrow a$
$b^1 \rightarrow b^1$
$b^1 \rightarrow b^2$
$b^2 \rightarrow b^1$
$b^2 \rightarrow b^2$
$c \rightarrow c$

Suchbaum



Partielle CM

- Definition
  Seinen q und v Anfragen mit Literalen $k \in q$ und $l \in v$. Ein partielles Containment Mapping h_{kl} von q nach v für l und k ist ein Symbol Mapping (von q nach v), für das gilt
  1. $\forall c \in const(k)$ *gilt:* $h_{kl}(c) = c$
  2. $h_{kl}(k) = l$
  3. $\forall e \in exp(k)$ *gilt:* $h_{kl}(e) \in exp(l)$
- Bemerkung
  - Bedingung 4 für CM verschieben wir auf später
  - Der Test ist für feste l und k offensichtlich einfach
  - Überträgt sich in natürlicher Weise auf Gruppen aus mehreren Literalen

Kompatibilität und Vereinigung

- Definition
  Kompatibilität von partiellen CM

  Gegeben seien zwei Anfragen p und q mit $l, i \in p$ und $j, k \in q$ und $l \neq i$ und $j \neq k$. Seien $h_{l,j}$ und $h_{i,k}$ zwei partielle Containment-Mappings. Man nennt $h_{l,j}$ und $h_{i,k}$ kompatibel, wenn $\nexists v : v \in h_{l,j} \wedge v \in h_{i,k} \wedge h_{l,j}(v) \neq h_{i,k}(v)$. ■

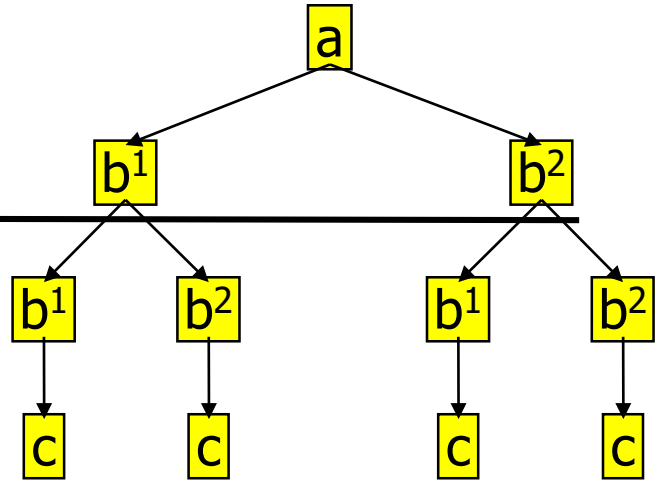
- Definition
  Vereinigung kompatibler partieller CM: $\mathbf{h = h_1 \oplus h_2}$

  Gegeben seien zwei kompatible Teilmappings $h_{l,j}$ und $h_{i,k}$. Das kombinierte Teilmapping $h = h_{l,j} \circ h_{i,k}$ ist definiert als:

  - $\forall v \in sym(h_{l,j}) : h(v) := h_{l,j}(v)$
  - $\forall v \in sym(h_{i,k}) \setminus sym(h_{l,j}) : h(v) := h_{i,k}(v)$ ■

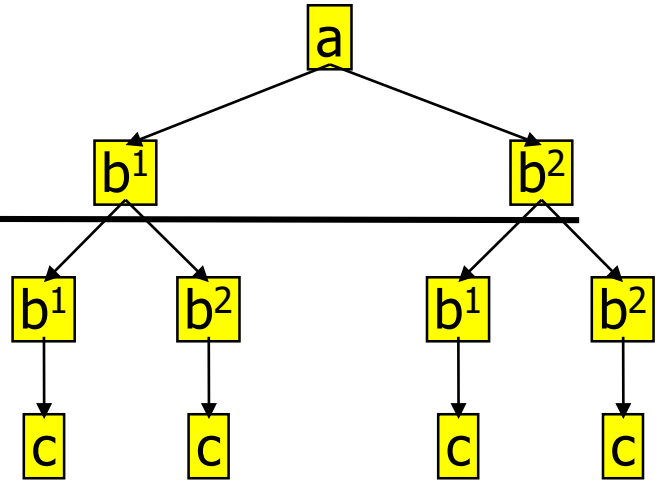
Das ist eindeutig, wenn CM kompatibel sind

Algorithmus Grobablauf



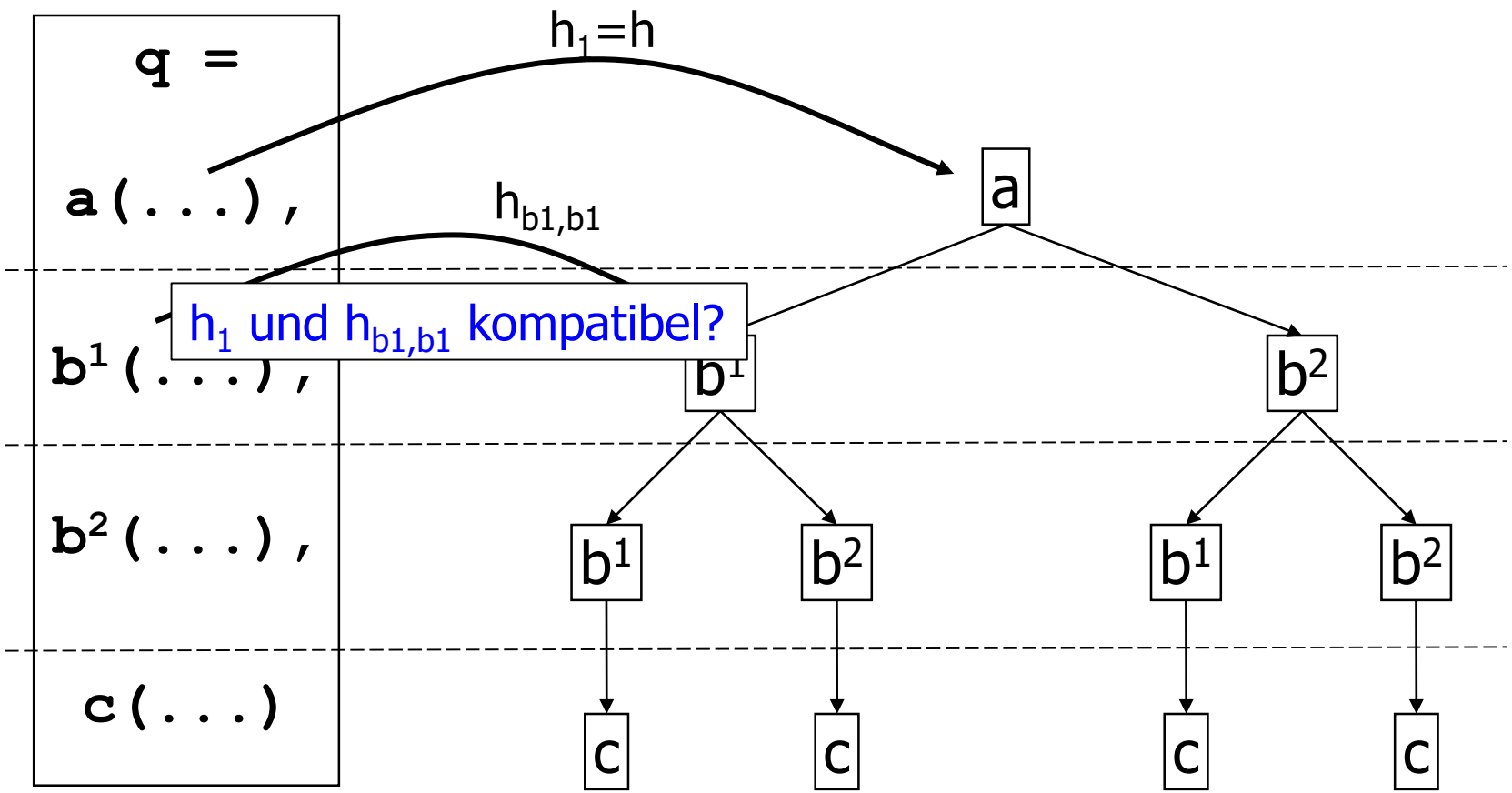
- Im Suchbaum entspricht der Level i dem Literal l_i von q
- Alle Zielliterale von l_i stehen in den Knoten des Levels i des Suchbaums
- h_1 … h_i ist ein (wachsendes) partielles CM für die ersten i Literale von q
- Algorithmus durchläuft den Suchbaum Depth-First und versucht, ein wachsendes CM aufzubauen

Algorithmus Grobablauf

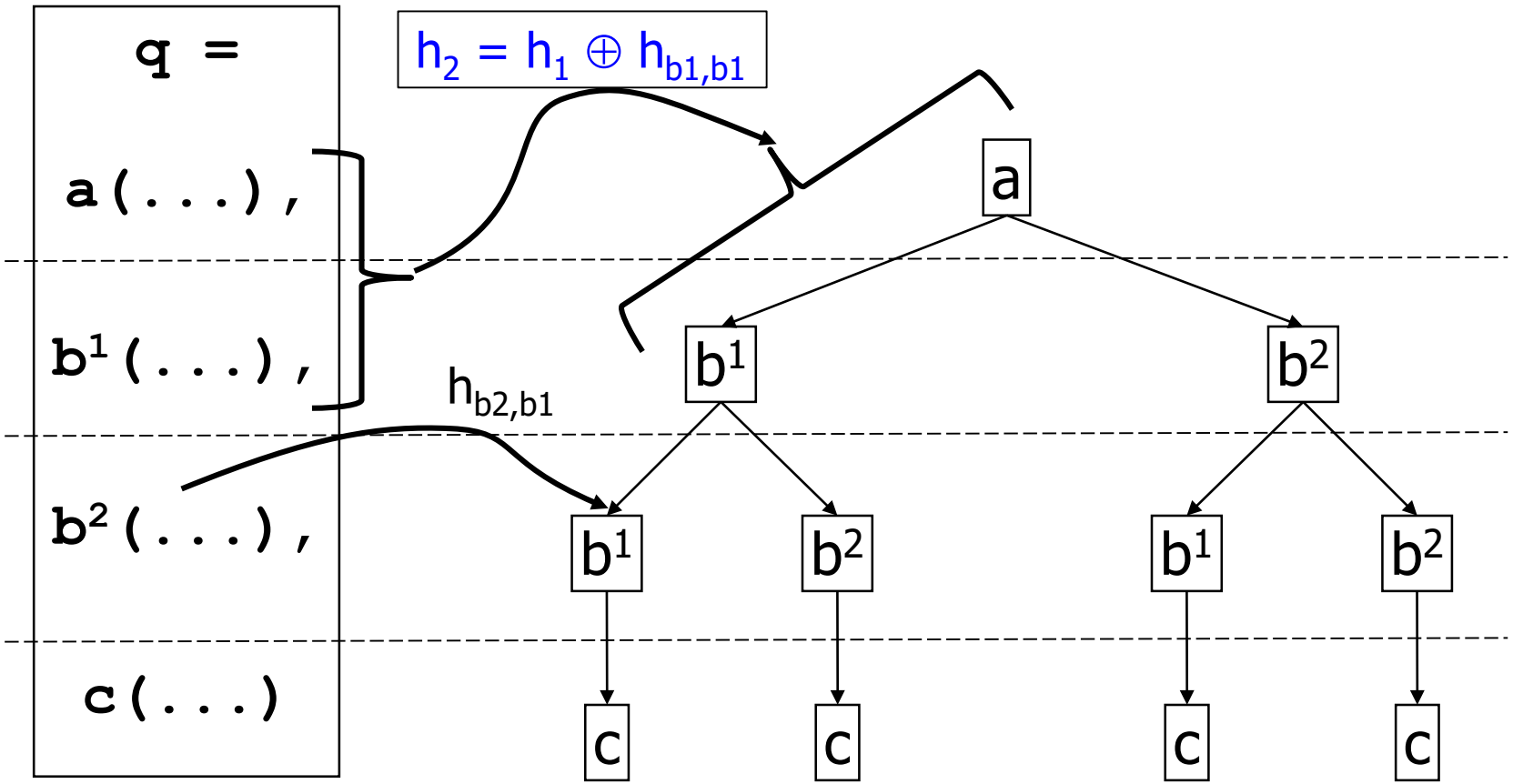


- Starte mit einem leeren CM h_0
- Für jedes Zielliteral auf Level i wird versucht, das h_i zu berechnen
- h_i wird berechnet als Vereinigung des bisherigen h_{i-1} und des partiellen Containment Mappings h von l_i zum gewählten Zielliteral
  - Wenn h und h_{i-1} kompatibel sind
- Wenn man Level |q|=n erreicht hat und h_n berechnen konnte, hat man ein CM von q nach v gefunden und damit $v \subseteq q$ bewiesen

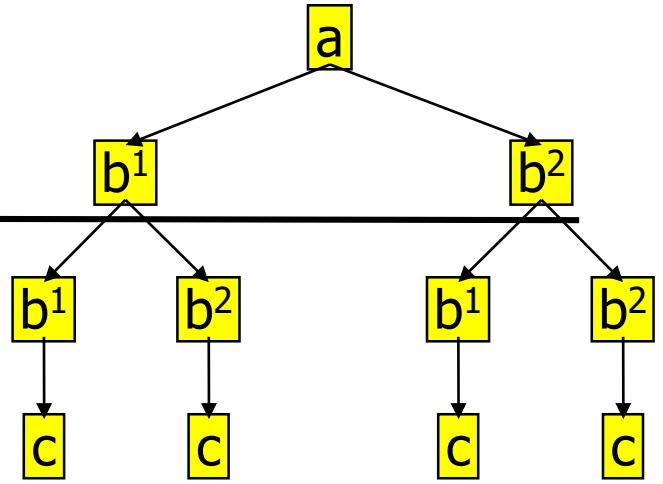
Erstes Literal



Zweites Literal, drittes …



Datenstruktur



- Positionen im Suchbaum werden auf eine Stack gelegt
- Stackelemente sind Tripel: (X,Y,Z)
  - X: CM bis zu dieser Position
    - Also ein h_{i-1}
  - Y: Weitere Mappingkandidaten im aktuellen Zweig
    - noch nicht untersuchte Geschwister von t
  - Z: Literale aus q, die noch nicht gemapped sind
    - Noch nicht besuchte Level des Suchbaums

Depth-First Algorithmus

```
Input: Two queries q, v;
Output: True, if v⊆q, else false;

1:        R = new stack();
2:        L = {l | l∈q};            % Alle Literale in q
3:        l = L.first();            % Erstes Literal von q
4:        H = {h | ∃l'∈v ∧ l→h l'} % Alle pot. Ziele von l in v
5:        R.push([], H, L\l);               % Startpunkt
6:        repeat
7:          (h,H,L) = R.pop();      % Hier weitermachen
8:          if H!=∅ then            % Kandidaten untersuchen
11:           g = H.first();
12:           R.push(h, H\g, L);    % Geschwister später untersuchen
13:           if compatible(h,g) then      % CM kann erweitert werden
14:             if L = ∅ then
15:               return true;      % Blatt erreicht - fertig
16:             else
17:               l = L.first();    % Innerer Knoten, Kinder pushen
18:               H' = {h | ∃l'∈v ∧ l→h l'};
19:               R.push(h⊕g, H', L\l);
20:             end if;
21:           end if;
22:         end if;
23:       until R = ∅;              % Kandidaten irgendwo ausgegangen
24:       return false;
```

Erklärung

- Sei h_{i-1} das Mapping bis Level i-1 und l das i-te Literal aus q
- Berechne die Menge H aller potentiellen Zielliterale für l
- Teste für alle $t \in H$
  - Bestimme h, das partielle CM von l nach t
  - Wenn es das nicht gibt: springe zu 1;
  - Wenn h und h_{i-1} kompatibel
    - Ist l das letzte Literal aus q? Ja, terminiere und melde Erfolg
    - Sonst: $h_i = h_{i-1} \oplus h$
    - Untersuche nächstes Literal von q
  - Sonst (h und h_i nicht kompatibel)
    - Sind noch Geschwister von t vorhanden?
    - Ja – testen
    - Nein – terminiere und melde Misserfolg

Beispiel

```
q(A,B)  = a(A,C),b(C,B),c(B,A)
v(X,X)  = a(X,Y),b1(Y,Z),b2(Y,X),c1(Z,X),c2(X,X)
```

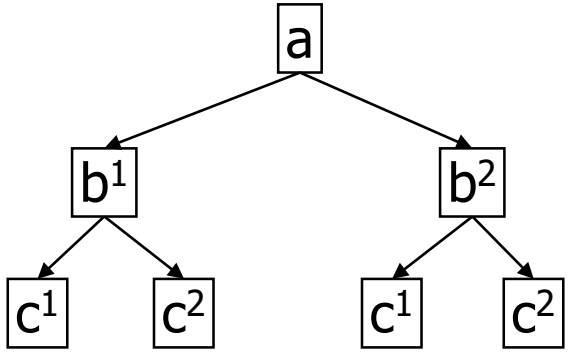
Aktuelles CM	Mapping der Literale von q auf Zielliterale in v
A→X,C→Y	a(A,C) → a(X,Y)
A→X,C→Y, C→Y,B→Z	a(A,C),b(C,B) → a(X,Y),b^1(Y,Z)
A→X,C→Y, C→Y,B→X	a(A,C),b(C,B) → a(X,Y),b^2(Y,X)
A→X,C→Y,B→X, B→Z,A→X	a(A,C),b(C,B),c(B,A) → a(X,Y),b^2(Y,X),c^1(Z,X)
A→X,C→Y,B→X, B→X,A→X	a(A,C),b(C,B),c(B,A) → a(X,Y),b^2(Y,X),c^2(X,X)

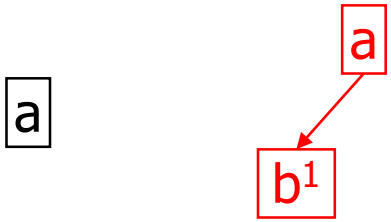
Z nicht exportiert, backtracking

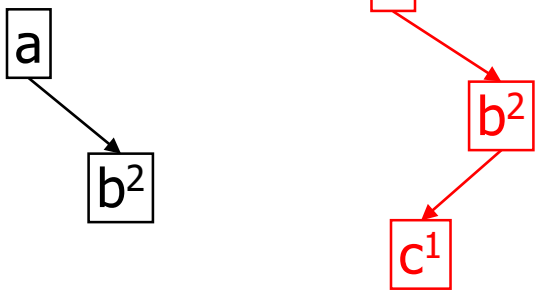
B→X / B→Z inkomp., backtracking

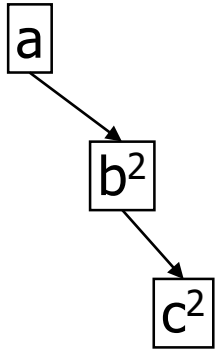
Fertig

Beispielbaum









`a(A,C)` → `a(X,Y)`

`a(A,C),b(C,B)` → `a(X,Y),b2(Y,X)`

`a(A,C),b(C,B),c(B,A)` → `a(X,Y),b2(Y,X),c2(X,X)`

`a(A,C),b(C,B)` → `a(X,Y),b1(Y,Z)`

`a(A,C),b(C,B),c(B,A)` → `a(X,Y),b2(Y,X),c1(Z,X)`

Was haben wir vergessen?

- Bedingungen in Queries beachten
- (Richtige) Definition
  Seien q, v Anfragen und h_1,h_2 partielle CM über Symbolmengen s_1, s_2, mit $s_1 \subseteq sym(q)$, $s_2 \subseteq sym(v)$. Sei Z_1 (Z_2) die Menge von Bedingungen aus q (v), die nur Symbole aus s_1 (s_2) beinhalten
  Dann sind h_1 und h_2 kompatibel, wenn gilt:
  1. $\forall X: (X \rightarrow A) \in h_1 \wedge (X \rightarrow B) \in h_2 \rightarrow A=B$
  2. $Z_2 \rightarrow (h_1 \cup h_2)$ (Z_1)
- Algorithmus bleibt unberührt

Komplexität

- Lemma
  Seien q und v Anfragen an ein Schema S mit n=|q| und m=|v|. Die Suche nach einem Containment Mapping von q nach v durch Aufzählen möglicher Zielliterale benötigt $O(n^m)$ Kompatibilitätstests von partiellen CM.
- Beweis
  - WC: Alle Literale beider Anfragen sind von der gleichen Relation
  - Für jedes der n Literale aus q gibt es dann m mögliche Ziele in v
  - WC: In jedem Zweig ist alles kompatibel bis zum Blatt
  - Tests auf Kompatibilität und Vereinigung von CM ist polynomial
- Tatsächlich: Problem ist NP-vollständig
  - Beweis: Reduktion auf „Exakt Cover" [CM77]

Real Life

- Das Problem ist linear, wenn keine Relation mehr als einmal in einer Anfrage vorkommt
  - bzw. quadratisch, wenn keine Relation mehr als zweimal vorkommt
- Ein (und nicht alle) CM zu finden ist im Average Case viel schneller
- Für die Anfrageplanung benötigt man aber alle CM

Wo sind die Ergebnisse?

- Ein Containment Mapping h von q nach v bestimmt auch das Ergebnis von q in den Ergebnissen von v
  - Für jedes Tupel t im Ergebnis von v
  - Baue ein Tupel t‘ gemäß des umgedrehten Mappings h^{-1} der Variablen in exp(q)
- Wenn es mehrere CM von q nach v gibt, wiederhole das für jedes solche Mapping
- Die Union aller t‘ ist das Ergebnis von q, dass vom Anfrageplan v berechnet wird

Beispiel

- View `v(A,B,C):-edge(A,B),edge(B,C)`
- Benutzeranfrage `q(X,Y):-edge(X,Y)`
- v berechnet

From (A)	Via (B)	To (C)
1	3	3
2	3	4

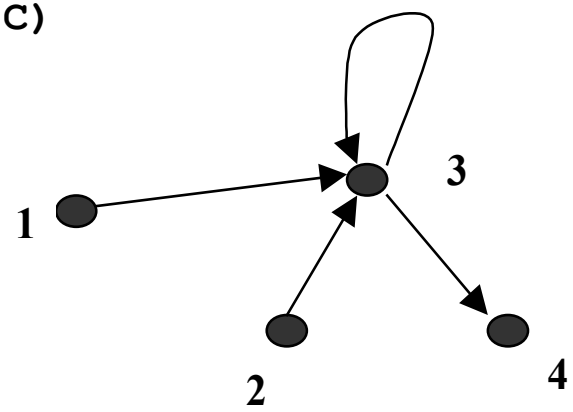
- Es gibt zwei Containment Mapping von q nach v
  - **CM1: X→A, Y→B**
  - **CM2: X→B, Y→C**

A	B	C	CM1	X/A	Y/B	CM2	X/B	Y/C
1	3	3		1	3		3	3
2	3	4		2	3		3	4

Graphanfrage erklärt

- Eine Quelle für Graphkanten
- Eine Korrespondenz
  - `edge(A,B),edge(B,C)` $\subseteq$ `threewayedges(A,B,C)`
- Nehmen wir die folgende Extension an

From (A)	Via (B)	To (C)
1	3	3
2	3	4



- Nun führen wir darauf aus

  `q(A,B,C):- edge(A,B),edge(B,C)`

from	via	to
1	3	3
1	3	4
3	3	3
3	3	4
2	3	3
2	3	4

Formale Herleitung

- View `v(A,B,C):-edge(A,B),edge(B,C)` (e_1, e_2)
- Benutzeranfrage `q(X,Y,Z):-edge(X,Y),edge(Y,Z)` (f_1, f_2)
- v liefert

From (A)	Via (B)	To (C)
1	3	3
2	3	4

- Es gibt vier verschiedene Anfragepläne für q
  - `p1(X,Y,Z) :- v(X,Y,_),v(_,Y,Z)` mit $X \to A_1$, $Y \to B_1$, $Z \to C_2$ und $B_1 = B_2$
    - Literale: $f_1 \to e_1$, $f_2 \to e_2$
  - `p2(X,Y,Z) :- v(X,Y,_),v(Y,Z,_)` mit $X \to A_1$, $Y \to B_1$, $Z \to B_2$ und $B_1 = A_2$
    - Literale: $f_1 \to e_1$, $f_2 \to e_1$
  - `p3(X,Y,Z) :- v(_,X,Y),v(Y,Z,_)` mit $X \to B_2$, $Y \to C_2$, $Z \to B_1$ und $C_2 = A_1$
    - Literale: $f_1 \to e_2$, $f_2 \to e_1$
  - `p3(X,Y,Z) :- v(_,X,Y),v(_,Y,Z)` mit $X \to B_2$, $Y \to C_2$, $Z \to C_2$ und $C_2 = B_2$
    - Literale: $f_1 \to e_2$, $f_2 \to e_2$

p1(X,Y,Z) :- v(X,Y,_),v(_,Y,Z) mit $X \to A_1$, $Y \to B_1$, $Z \to C_2$ und $B_1 = B_2$

p2(X,Y,Z) :- v(X,Y,_),v(Y,Z,_) mit $X \to A_1$, $Y \to B_1$, $Z \to B_2$ und $B_1 = A_2$

p3(X,Y,Z) :- v(_,X,Y),v(Y,Z,_) mit $X \to B_2$, $Y \to C_2$, $Z \to B_1$ und $C_2 = A_1$

p3(X,Y,Z) :- v(_,X,Y),v(_,Y,Z) mit $X \to B_2$, $Y \to C_2$, $Z \to C_2$ und $C_2 = B_2$

A	B	C
1	3	3
2	3	4

$\bowtie$

A_2	B_2	C_2
1	3	3
2	3	4

$=$

P1	X	Y	Z
	1	3	3
	1	3	4
	2	3	3
	2	3	4

A_1	B_1	C_1
1	3	3
2	3	4

$\bowtie$

A_2	B_2	C_2
1	3	3
2	3	4

$=$

P2	X	Y	Z

A_1	B_1	C_1
1	3	3
2	3	4

$\bowtie$

A_2	B_2	C_2
1	3	3
2	3	4

$=$

P1	X	Y	Z

A_1	B_1	C_1
1	3	3
2	3	4

$\bowtie$

A_2	B_2	C_2
1	3	3
2	3	4

$=$

P1	X	Y	Z
	3	3	3
	3	3	4

Zwischenstand

- Wir können Containment von zwei Queries zeigen
- Zur Anfrageplanung
  - Globale Anfrage q
  - Menge von LaV-Korrespondenzen K
  - Deren globaler Anfrageteil ist eine Menge von Views V
  - Für jedes $v \in V$ können wir testen, ob $v \subseteq q$
  - Die v, für die das zutrifft, berechnen nur korrekte Tupel für q
  - Ihre Vereinigung ist das (bestmögliche) Ergebnis
- Nächste Schritte
  - Frozen Facts: Ein eleganter Algorithmus für Anfragen ohne <, >
  - Answering Queries using Views: Antworten durch Kombination von Views

Inhalt dieser Vorlesung

- Query Containment
- Containment Mappings
- Depth-First Algorithmus
- Frozen Facts Algorithmus
- Containment bei Disjunktion, Negation, …

Eine andere Formulierung

- Eine relationale SPJ Anfrage ist im Grunde eine logische Formel mit Vektoren E und S_i
  - Aus $\mathtt{q(E)\ :-\ l_1(S_1),l_2(S_2),...,l_n(S_n)}$
  - Wird $\mathtt{q(E)} \leftarrow \mathtt{l_1(S_1),l_2(S_2),...,l_n(S_n)}$
  - Mit $\mathtt{S=(S_1 \cup ... \cup S_n)\backslash E}$ schreiben wir kürzer: $\mathtt{q(E)} \leftarrow \mathtt{\phi(E,S)}$
- Lemma
  Seien q_1 und q_2 Anfragen. Sei E_1 (E_2) die Menge der exportierten Variablen von q_1 (q_2) und S_1 (S_2) die Menge der nicht-exportierten Variablen. Seien $\phi_1(E_1,S_1)$, $\phi_2(E_2,S_2)$ die Rümpfe von q_1, q_2. Dann:

  $$q_1 \subseteq q_2 \ \ gdw.\ \phi_1(E_1,S_1) \rightarrow \phi_2(E_2,S_2)$$

  - Bemerkung: Implikation i.A. unentscheidbar, aber wir betrachten nur bestimmte Formeln (konjunktive Anfragen)

Implikation und relationale Anfragen

- Relational: `q(T,Y,O,K) :- film(T,Y,_,_),spielt(T,_,O,K)`
- Implikation: `film(T,Y,_,_),spielt(T,_,O,K)` $\rightarrow$ `q(T,Y,O,K)`
- Ein RDBMS berechnet die rechte Seite für eine gegebene Datenbasis
  - Das beweist nicht die allgemeine Gültigkeit der Implikation
- Man kann aber eine Instanz I* bauen, für die gilt: Genau dann wenn linke_seite(I*) ein bestimmtes Ergebnis enthält ist linke_seite $\subseteq$ rechte_seite

Frozen Facts Algorithmus

- Frage: Gilt $v \subseteq q$?
- Wir bauen eine Instanz I*
  - Beginne mit einer leeren Instanz I
  - Erzeuge in I eine Relation für jede Relation in v
  - Ersetze in v alle Variablen konsistent mit einer neuen Konstante
  - Sei t der Kopf von v nach dieser Prozedur
  - Für jedes Literal l aus v der Relation r füge ein Tupel in r ein, das als Werte die Konstanten von l enthält
    - Wir „frieren" v ein
  - Das ist nun I*
  - Führe q auf I* aus
  - Wenn $t \in result(q)$, dann ist $v \subseteq q$; sonst nicht

Beispiel

$q_1(a,b) \leftarrow rel_1(a,b), rel_2(b,b);$
$q_2(x,y) \leftarrow rel_1(x,y), rel_2(y,z);$

To check whether $q_1 \subseteq q_2$, we freeze q_1. Therefore, we consistently replace the variables of q_1 with constants using $[a \rightarrow 0, \quad b \rightarrow 1]$. The frozen query is then:

$q_1(0,1) \leftarrow rel_1(0,1), rel_2(1,1);$

Next, we construct an empty database D' for Σ and insert the tuple $(0,1)$ into rel_1 and $(1,1)$ into rel_2. Finally, we compute q_2 on D'. Only one tuple, $(0,1)$, is obtained, using the valuation $[x \rightarrow 0, \quad y \rightarrow 1, \quad z \rightarrow 1]$. Since this is identical to the frozen head of q_1 the algorithm returns `true`, proving that q_1 is contained in q_2.

To check whether $q_2 \subseteq q_1$, we first freeze q_2 with $[x \rightarrow 0, \; y \rightarrow 1, \; z \rightarrow 2]$. This results in a database D' with tuple $(0,1)$ in rel_1 and $(1,2)$ in rel_2. Evaluating q_1 on D' yields an empty answer. This proves that $q_2 \not\subseteq q_1$.

Beweisskizze [Ull89]

- Wenn t$\notin$result(q)
  - Dann ist t ein Tupel, dass in v(I*) enthalten ist aber nicht in q(I*)
  - Also ist v$\not\subseteq$q
- Wenn t$\in$result(q)
  - Dann ist die „gefrorene" Instanz I* ein Beispiel für eine Instanziierung von v auf jeder Instanz
    - Die tatsächlichen Werte sind Schall und Rauch
    - Es müssen nur an den richtigen Stellen die selben Werte stehen
  - Dieses Beispiel ist so allgemein, wie v es zulässt
    - Jedes andere Beispiel muss zu dieser Einfrierung homomorph sein
  - Da t$\in$result(q), kann man aus diesem Beispiel eine Instantiierung für q konstruieren (und das auf jeder Instanz)
  - Also ist v$\subseteq$q

Bemerkungen

- Funktioniert nur, wenn q und v keine Bedingungen der Art „X<c“ oder „X>c“ (oder X!=Y, X>Y, …) enthalten
  - Diese Information können wir nicht einfrieren
- Hat (hier) Probleme bei unterschiedlichen Köpfen
  - Das kann man aber reparieren
- Implementierung ist konzeptionell straight-forward
  - In einer leeren RDBMS Relationen für das Einfrieren von v erzeugen, Tupel einfügen, q (als SQL Kommando) ausführen
- Frage: Wo ist unsere exponentielle Komplexität?
  - Einfrieren ist linear in |v|
  - Der Test auf $t \in$ result(q) ist linear
  - Aber: Für jedes Literal in q haben wir potentiell |v| Tupel in I*
  - Damit hat result(q) potentiell $|v|^{|q|}$ Tupel

Andere Prädikate

Recursion.
Proving containment of a recursive query in a non-recursive query is shown to be double exponential in [CV92]. On the other hand, containment of a non-recursive query in a recursive query has the same complexity of containment between two conjunctive queries [RSUV89]. Finally, Shmueli proves that containment of a recursive query in another recursive query is undecidable [Shm93].

Disjunction.
Containment mappings may be used for queries containing disjunction without conditions. For two queries in normal disjunctive form the following holds:

$$q_1 \cup q_2 \cup \ldots \cup q_n \subseteq o_1 \cup o_2 \cup \ldots \cup o_m \leftrightarrow \forall\, q_i\ \exists\, o_j:\ q_i \subseteq o_j;$$

This is not true any more if conditions are allowed. Consider the following example:

$u(x) \leftarrow rel(x),\ 10 \le x,\ x \le 20;$
$q_1(x) \leftarrow rel(x),\ 10 \le x,\ x \le 15;$
$q_2(x) \leftarrow rel(x),\ 15 \le x,\ x \le 20;$

Clearly, $u \subseteq q_1 \cup q_2$ – any result computed by u will be computed either by q_1 or q_2. But $u \not\subseteq q_1$ and $u \not\subseteq q_2$. Hence, the existence of containment mapping is not a sufficient condition for queries including disjunction and conditions.

Negation.
[LS93] shows how the frozen facts algorithm can be extended to conjunctive queries including negation, and even for recursive queries with stratified negation [RU93].

Literatur

- Übersicht
  - Abiteboul, Hull, and Vianu, *Foundations of Databases*. Reading, Massachusetts: Addison Wesley Publishing Company, 1995
  - Ullman, *Principles of Database Systems and Knowledge-Based Systems. Volume I*: Computer Science Press, 1988
  - Ullman, "Information Integration using Logical Views," ICDT, 1997
- Spezielle Fragen
  - Chandra, Merlin, "Optimal Implementation of Conjunctive Queries in Relational Databases„ ACM Symposium on Theory of Computing, 1977
  - Ramakrishnan, Sagiv, Ullman, et al., "Proof-Tree Transformation Theorems and their Applications," PODS, 1989
  - Shmueli, "Equivalence of DATALOG Queries is Undecidable," *Journal of Logic Programming*, vol. 15, pp. 231-241, 1993
  - Chaudhuri, Vardi, "On the Equivalence of Datalog Programs," PODS, 1992