Landau-Notation

Definitionen:

$$\mathcal{O}(g) = \{f \mid \exists c > 0 \quad \exists n_0 > 0 \quad \forall n \geq n_0 : \quad f(n) \leq c \cdot g(n)\}$$
$$\Omega(g) = \{f \mid \exists c > 0 \quad \exists n_0 > 0 \quad \forall n \geq n_0 : \quad f(n) \geq c \cdot g(n)\}$$
$$\Theta(g) = \{f \mid f \in \mathcal{O}(g) \text{ und } f \in \Omega(g)\}$$
$$o(g) = \{f \mid \forall c > 0 \quad \exists n_0 > 0 \quad \forall n \geq n_0 : \quad f(n) < c \cdot g(n)\}$$
$$\omega(g) = \{f \mid \forall c > 0 \quad \exists n_0 > 0 \quad \forall n \geq n_0 : \quad f(n) > c \cdot g(n)\}$$

Zusammenhänge:

A) $f \in o(g) \implies f \in \mathcal{O}(g)$
$f \in \omega(g) \implies f \in \Omega(g)$

B) $f \in \mathcal{O}(g) \iff g \in \Omega(f)$
$f \in o(g) \iff g \in \omega(f)$

C) $f \in o(g) \implies f \notin \Omega(g)$
$f \in \omega(g) \implies f \notin \mathcal{O}(g)$

Kriterien:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{f(n)}{g(n)} < \infty \implies f \in \mathcal{O}(g)$$
$$\lim_{n\to\infty} \frac{f(n)}{g(n)} = 0 \iff f \in o(g)$$
$$\lim_{n\to\infty} \frac{f(n)}{g(n)} > 0 \implies f \in \Omega(g)$$
$$\lim_{n\to\infty} \frac{f(n)}{g(n)} = \infty \iff f \in \omega(g)$$

Satz von l'Hôpital:

Für zwei differenzierbare Funktionen f und g, mit

$\lim\limits_{n\to\infty} f(n) = \lim\limits_{n\to\infty} g(n) = \infty$ bzw. 0 gilt: $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{f(n)}{g(n)} = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{f'(n)}{g'(n)}$, falls $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{f'(n)}{g'(n)} \in \mathbb{R} \cup \{\infty\}$.

Algorithmenanalyse

Algorithmus bar

Input: Array A von Zahlen der Länge $|A| = n$ mit $n \geq 2$

Output: Zahl x

```
x := 0;
for i := 1 to n do
    for j := i + 1 to n do
        if x < |A[i] - A[j]| then
            x := |A[i] - A[j]|;
        end if
    end for
end for
return x;
```

1. Was berechnet Algorithmus **bar**?
2. Analysieren Sie die Laufzeit des Algorithmus in Abhängigkeit von n.
3. Entwerfen Sie einen bezüglich der Laufzeit effizienteren Algorithmus für das Berechnungsproblem. Notieren Sie Ihren Algorithmus als Pseudocode und analysieren Sie dessen Laufzeit.