

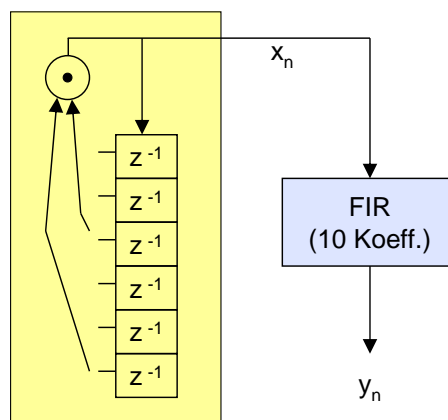
# Mathematische Grundlagen der digitalen Klanganalyse und -synthese (WS07/08)

## Aufgabe 7

Abgabe: 15. Januar vor 12:00 Uhr  
Besprechung: 16. Januar  
Gesamtpunktzahl: 12 Punkte

### Die Geschichte mit dem Kästchen...

Einer Ihrer Freunde hat ein Kästchen gebaut, in welchem ein sogenanntes Linear-Feedback-Shift-Register (LFSR) sowie ein FIR-Filter 10. Ordnung untergebracht sind. Die Elektronik wird mit 9.3 kHz getaktet; das Ausgangssignal lässt sich über eine Buchse an einen Lautsprecher oder ein Oszilloskop anschließen. Die folgende Abbildung zeigt das Innenleben des Kästchens:



Am Kästchen befinden sich zwei Drehknöpfe mit jeweils sechs Einstellpositionen, mit deren Hilfe sich die Abzapfungen des LFSRs wählen lassen (in der Abbildung sind die 3. und 6. Abzapfung gewählt). Außerdem sind noch zehn Rändelrädchen in einer Reihe angeordnet, über welche sich die Koeffizienten des FIR-Filters einstellen lassen (Position  $a$  entspricht hierbei dem negativsten Wert, Position  $z$  dem positivsten und die Werte dazwischen sind äquidistant zugeordnet).

Ihr Freund hat nun eine bestimmte Buchstabenkombination eingestellt. Je nach Wahl der LFSR-Abzapfung erhält man am Ausgang einen Klang unterschiedlicher Frequenz und Klangfarbe. Interessanterweise kann es auch sein, dass man beim Ein- und Ausschalten des Kästchens einen neuen Klang erhält, ohne etwas verstellt zu haben! Für zwei dieser Klänge hat Ihr Freund das Ausgangssignal mitgeschnitten:

$$y_{1,n} = \{ \dots, -3, 3, 13, 15, 3, -27, -7, 7, -31, 33, -27, 23, -29, -17, 51, -3, 3, 13, 15, 3, -27, -7, 7, -31, 33, -27, 23, -29, -17, 51, -3, 3, 13, 15, 3, -27, -7, 7, -31, \dots \}$$

$$y_{2,n} = \{ \dots, 3, 13, 23, -7, 39, -47, 37, -3, -31, 31, -43, -11, 15, -3, -9, -29, 1, -7, -9, 35, 19, -5, -21, -3, 41, -27, 7, -5, 17, -25, 11, 3, 13, 23, -7, 39, -47, 37, -3, \dots \}$$

Ihr Freund weiß nur noch, dass er an den FIR-Koeffizienten nicht rumgespielt hat, aber an den Rest kann er sich leider nicht mehr so genau erinnern.

### **A - Periodizität (3 Punkte)**

Was lässt sich ganz allgemein über den Zusammenhang der Perioden von  $x_n$  und  $y_n$  aussagen? Welche Frequenz hatten die beiden zu  $y_1$  und  $y_2$  gehörenden Klänge? Was bedeutet das für die Perioden von  $x_1$  und  $x_2$ ?

### **B - Maximum Length Sequence (4 Punkte)**

Erstellen Sie eine Tabelle, in der zu den LFSR-Anzapfungen die jeweils möglichen Perioden von  $x_n$  aufgelistet sind. Welche LFSR-Anzapfungen kommen für die mitgeschnittenen Ausgangssignale in Frage? Wie kann es sein, dass beim Ein- und Ausschalten plötzlich ein anderer Klang entsteht?

### **C - FIR-Koeffizienten (5 Punkte)**

Bestimmen Sie mit der in der Vorlesung vorgestellten Methode die Koeffizienten des FIR-Filters. Hinweise: Aufgrund der Ein- und Ausschaltproblematik gibt es für jedes der beiden Ausgangssignale mehr als einen möglichen Koeffizientensatz, aber es gibt nur einen, der für beide gleich ist. Da die zu verwendenden Matrizen vergleichsweise klein sind, müssen Sie echte Matrixinversion verwenden, die Transponierte ist hier zu ungenau. Die Koeffizienten lassen sich nur bis auf einen multiplikativen Faktor genau bestimmen, aber mit dem Tipp, dass sowohl  $a$  als auch  $z$  vorkommt, können Sie schließlich doch das eingestellte Lösungswort für die FIR-Koeffizienten bestimmen. Wofür wird wohl ein LFSR noch so zu gebrauchen sein?