Einführung in die KI

Prof. Dr. sc. Hans-Dieter Burkhard
Vorlesung Winter-Semester 2004/05

Nichtmonotones Schließen

Umgang mit unvollständigem Wissen

- Nicht-Monotones Schließen
- Negation, „Nicht-Wissen"
- Unvollständigkeit
- Abgeschlossenheits-Annahmen
- Default-Schließen
- Revision/Truth Maintenance Systeme (TMS)

Verwandte Gebiete:

- Modellierung als unsicheres Wissen
  - Wahrscheinlichkeiten für Annahmen
  - Modale Logik
- Modellierung als unscharfes Wissen

Unvollständigkeit des Wissens

Entscheiden/Handeln trotz unvollständiger Information.
Entscheiden/Handeln trotz inkonsistenter Information.

Rationalität:
Mit angemessenem Aufwand erfolgversprechende Entscheidungen treffen

Natürliche Sprache:
- Mitteilung unvollständiger Information.
- Beschränkung auf Wesentliches bzw. Allgemeines.
- Vertrauen bzgl. Mitteilung von Ausnahmen.

Ökonomie von Beschreibungen

Klassische Logik

Spezifisches Verfahren.
Formal einfach.

Monotonie: Fl und Abl sind monoton:

$\mathbf{X} \subseteq \mathbf{Y} \Rightarrow \mathrm{Fl}(\mathbf{X}) \subseteq \mathrm{Fl}(\mathbf{X})$

$\mathbf{X} \subseteq \mathbf{Y} \Rightarrow \mathrm{Abl}(\mathbf{X}) \subseteq \mathrm{Abl}(\mathbf{X})$

Vorteil oder Nachteil?

Ableitungen: Mehr Axiome $\Rightarrow$ mehr Sätze.

Folgerungen:
F folgt aus X gdw. jedes Modell von X ist Modell von F .
Mehr Axiome $\Rightarrow$ weniger Modelle $\Rightarrow$ mehr Folgerungen.

- Ausnahmen explizit aufzählen (aufwändig).

$H_0(x) \wedge \neg \text{Ausnahme}(x) \rightarrow H_{00}(x)$

$\text{Ausnahme}(x) = A_1(x) \wedge A_2(x) \wedge A_3(x) \wedge \ldots$

- Inkonsistenz nicht darstellbar. $\mathrm{Th}(H \wedge \neg H) = \text{ausd}$

Nicht-Monotonie

Eigentlich Alltags-Verfahren:
Einfach bzgl. Aufwand.
Formal kompliziert.

Natürliches Vorgehen ist nicht-monoton

Umgang mit unvollständige Ausgangsinformation:

- „*solange nichts weiter bekannt*“ : $H_0(x) \rightarrow H_{00}(x)$
- „*weil nichts weiter bekannt*“ : $H_0(x) \rightarrow H_{00}(x)$
  bei „Zusatz-Information“ $A_i(x)$ dann Revision:
  $H_0(x) \wedge A_i(x) \rightarrow \neg H_{00}(x)$

Umgang mit inkonsistenter Ausgangsinformation:

- Entscheidung für eine Variante (konsistente Teilmenge):

$\{ H_1, \cancel{\neg H_1}, H_2, H_3, \ldots, H_n \}$ oder $\{ \cancel{H_1}, \neg H_1, H_2, H_3, \ldots, H_n \}$

Nicht-Monotonie: Frame-Problem

Beschreibung von Ereignissen und veränderlichen Welten.
Beispiel: *Situationen-Kalkül* (McCarthy,Hayes).

- Situationen beschrieben durch gültige Fakten:
  Holds(In(Anton,Hörsaal), Situation085)
  Holds(Color(Hörsaal, weiss), Situation085)
- Ereignisse verändern Situationen:
  Sitation086 = Result(Go(Anton,Mensa),Situation085)
- Axiome beschreiben Veränderungen durch Ereignisse:
  $\forall$a,l: s.Holds(In(a,l),Result(Go(a,l),s))

Frame-Axiome beschreiben unveränderte Fakten:
$\forall$x,c,a,l: s.Holds(Color(x,c),Result(Go(a,l),s))

Praktisch nicht handhabbar

Alternativ: allgemeines Axiom für „Persistenz-Default“
Ereignisse verändern Eigenschaften normalerweise nicht.

Nicht-Monotonie: Default-Annahmen

Default:

- Übliche/Normale Eigenschaft
- Fehlerfreie Funktion (Diagnose)
- Hintergrundwissen

„Normaler Ablauf“ für

- Regelsysteme,
- Frame-Systeme,
- ...

Spezielle Behandlung für Ausnahmen:
Priorität für Ausnahmeregel
Überschreiben von Default-Werten

Verträge sind gültig.
Verträge mit Minderjährigen sind ungültig.
Verträge mit Minderjährigen sind gültig,
wenn sie im Beisein eines Vormundes geschlossen werden.

Nicht-Monotonie: Default-Annahmen

Default: Übliche/Normale Eigenschaft

Inkonsistenzen entstehen durch Widersprüche zwischen

- Default und Ausnahme-Fall

  vogel(X) $\rightarrow$ fliegt(X)
  vogel(X) & pinguin(X) $\rightarrow \neg$ fliegt(X)

- unterschiedlichen Defaults

  Quäker sind Pazifisten.
  Republikaner sind keine Pazifisten.
  Nixon ist Quäker und Republikaner.

Unbekannte Aussagen

Falls Gültigkeit der Aussage H nicht bekannt ist:

Zwei Varianten

Annahme: Aussage H gilt

oder

Annahme: Aussage H gilt **nicht** ($\neg$ H gilt)

Problem der Beweislast.

Nicht-Monotonie: Negation

Closed World Assumption (CWA)

Default-Annahme

- Eine Aussage H gilt **nicht** ($\neg$ H gilt), falls sie
  - nicht bekannt ist
  - nicht gefunden wird (Datenbank)
  - nachweislich nicht bewiesen werden kann (PROLOG)

Annahme der Gültigkeit von $\neg$ H bewirkt Nichtmonotonie:
Zusätzliche Vorraussetzungen können
H bekannt/auffindbar/beweisbar machen,
d.h. $\neg$ H wird ungültig

Unterschied:
- *Unschuldig.*
- *Freispruch mangels Beweises.*

Schließen auf $\neg$H

- Strenge CWA (Datenbanken, OPS-5)
  $\neg$H , falls H nicht in Datenbasis
- Negation by failure (PROLOG mit „finite failure“)
  $\neg$H , falls H nachweislich nicht beweisbar

- CWA in Logik:
  $\neg$H , falls H nicht folgt/nicht beweisbar

Korrekt nur dann,
wenn stets $\neg$H oder H gültig
(vollständige Theorie).

Im PK1 ist H$\notin$Fl(X) nicht entscheidbar (nicht aufzählbar).

Schließen auf $\neg$H

- Unabhängige Beschreibungen
  H^+ (für H) und H^- (für $\neg$H)
  ggf. spezieller Umgang mit Inkonsistenzen erforderlich.

- Dialektische Negation
  $\neg$H , falls „Argumente gegen H sprechen“

Unterschied bei „Negation by failure“

Klassische Logik:

$\neg H_{00} \notin Fl\{\neg H_0 \rightarrow H_{00}\ ,\ H_0\}$

Negation by failure (speziell PROLOG)

$not\ H_{00} \in Fl_{\text{Negation by failure}}\{not\ H_0 \rightarrow H_{00}\ ,\ H_0\}$

Beweis für not H_{00} :
- Versuche H_{00} zu beweisen:
  - Versuche not H_0 zu beweisen:
  - schlägt fehl wegen Axiom H_0
- Beweis für H_{00} fehlgeschlagen

not H_{00} gültig

Vervollständigung mittels CWA

Theorie Th heiße vollständig,
falls für jede atomare Grundformel H gilt:
Entweder $H \in Th$ oder $\neg H \in Th$.

Vervollständigung:
Hinzunahme von fehlenden Formeln (H oder $\neg H$).

CWA-Vervollständigung zu X :

$V_{CWA}(X) := \{\neg H \mid H \text{ Grundatom } \wedge H \notin Fl(X)\}$

(erfordert Entscheidung ob $H \notin Fl(X)$)

$Th(X) := Fl(X)$

$CWA(X) := Fl(X \cup V_{CWA}(X))$

$= Th(X \cup V_{CWA}(X))$

Vervollständigung mittels CWA

Inkonsistenz bei CWA:

$X = \{P(a) \vee Q(a)\}$ mit $P(a) \notin Fl(X)$ und $Q(a) \notin Fl(X)$

folglich:

$\{P(a) \vee Q(a), \neg P(a), \neg Q(a)\} \subseteq CWA(X)$ -- inkonsistent!

Nicht-Monotonie:

$X = \{P(b) \rightarrow Q(b)\}$

mit $\neg Q(b) \in CWA(X)$

aber $\neg Q(b) \notin CWA(X \cup \{P(b)\})$

Vervollständigung mittels CWA

Unterschied positive/negative Grundliterale:

$X = \{P(b), Q(a)\}$

mit $\neg Q(b) \in CWA(X)$

$P_1 =_{Df} \neg P\ ,\quad Q_1 =_{Df} \neg Q$

$X_1 = \{\neg P_1(b), \neg Q_1(a)\}$

mit $\neg Q_1(b) \in CWA(X)$

Vervollständigung mittels CWA

Satz

1. X sei konsistent.
   CWA(X) ist inkonsistent
   gdw. Grundatome $L_1,\dots,L_n$ existieren mit
   $L_1 \lor \dots \lor L_n \in Th(X)$, aber $L_1,\dots, L_n \notin Th(X)$.

2. X sei konsistent.
   Die Umformung von X in Klauselform führe zu Hornklauseln.
   Dann ist CWA(X) konsistent.

3. Für Hornklauseln gilt:
   Falls X konsistent, so auch CWA(X).

Auftreten von Nicht-Monotonie

- CWA (und weitere Schlussformen bzgl. Annahme von Negation $\neg$H)
- Überschreiben von Defaults/Standardwerten
- Ausnahmeregeln vs. allgemeine Regeln
- Behandlung des Frameproblems (und verwandter Probleme)
- Behandlung impliziter Annahmen/Kontexte/Hintergründe
- Partielle Modellierung mit Annahmen

Allgemein: Partielle Information wegen
- unvollständigem Wissen
- veränderlichem Wissen
- zu hoher Beschreibungskomplexität

Anpassung von Inferenzmethoden an Nichtmonotonie, z.B.
- Regelsysteme,
- Vererbung/Überschreiben

Formale Behandlung von Nicht-Monotonie

Nichtmonotone Logiken
- Default Logiken
- Auto-epistemische Logiken
- Circumscription
- Präferenzlogiken

Belief-Revision, Truth-Maintenance-Systeme
- Protokollierung von Schlussfolgerungen/Abhängigkeiten
- Revision früherer Schlußfolgerungen

Ansatzpunkte für Formalismen

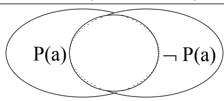
- Unterscheidung:
  - Striktes Wissen
  - Annahmen
- Spezielle Inferenzregeln

  Default-Regeln:
  Aus a folgt b, falls nichts gegenteiliges bekannt ist.
- Modale Operatoren

  belief(Geburtsjahr(Napoleon, 1869))

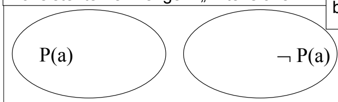
Ansatzpunkte für Formalismen

Inkonsistenz der gesamten Folgerungs-/ Ableitungsmenge.

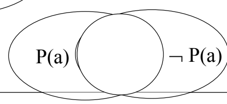


Konsistente Teilmengen: „Extensionen"

"Auswahl"-Strategie: spezielle Extension bevorzugen („Präferenzen“)



Skeptische Strategie: Durchschnitt der Extensionen verwenden



Default Logik (Reiter 1980)

Default-Regeln:

Falls a gilt, so gilt im allgemeinen auch b.
Aus a folgt b, falls nichts gegenteiliges bekannt ist.

Erweiterung des PK1
durch zusätzliche Ableitungsregeln
der Form (Default-Regel):

$$\frac{P : D_1,\ldots,D_n}{C}$$

Außer den Prämissen P ist für die Ableitbarkeit der Konklusion C die Berechtigung der Annahmen $D_1,\ldots,D_n$ notwendig.

Default-Regel

$$\frac{P : D_1,\ldots,D_n}{C}$$

Falls P ableitbar ist
und für alle D_i gilt: $\neg D_i$ ist **nicht** ableitbar,
so ist C ableitbar.

$$\frac{\text{vogel(X) : fliegt(X)}}{\text{fliegt(X)}}$$

Spezialfall: $\frac{:D}{D}$ Falls $\neg$D nicht ableitbar, so gilt D .

Unterschied zu CWA:
Falls D nicht ableitbar, so gilt $\neg$D .

„Asymmetrie“: Kontraposition von Defaults muss nicht gelten.

Extensionen der Default-Logik

$$\frac{P : D_1,\ldots,D_n}{C}$$

Extensionen:
X sei konsistente Menge von Formeln,
D sei Menge von Default-Regeln.

Funktion $\Gamma_{X,D}$ über Formelmengen ***Y*** ist definiert durch:

$$\Gamma_{X,D}(\boldsymbol{Y}) := \mathrm{Th}(\ \boldsymbol{X} \cup \{\ C \mid \frac{P:D_1,\ldots,D_n}{C} \in \boldsymbol{D} \wedge P \in \Gamma_{X,D}(\boldsymbol{Y}) \wedge \neg D_1,\ldots,\neg D_n \notin \boldsymbol{Y}\ \})$$

Die Fixpunkte von $\Gamma_{X,D}$ sind die Extensionen:
= Maximale konsistente Mengen.

Beispiele (Brewka): Extensionen

X	***D***	***Fixpunkte (E)***
Vog(Tw)	Vog(x):Flt(x) / Flt(x)	***E*** = Th(***X*** ∪ Flt(Tw))
Vog(Tw) Pin(Tw) ∀x(Pin(x) → ¬Flt(x))	Vog(x):Flt(x) / Flt(x)	***E*** = Th(***X***)
Vog(Tw) Pin(Tw)	Vog(x): Flt(x) / Flt(x) Vog(x): ¬Flt(x) / ¬Flt(x)	E_1 = Th(***X*** ∪ Flt(Tw)) E_2 = Th(***X*** ∪¬Flt(Tw))
Vog(Tw) Pin(Tw)	Vog(x):Flt(x)∧¬Pin(x) / Flt(x) Vog(x): ¬Flt(x) / ¬Flt(x)	***E*** = Th(***X*** ∪¬Flt(Tw))

Extensionen der Default-Logik

$\Gamma_{X,D}(Y) := Th(X \cup \{ C \mid \boxed{\frac{P:D_1,\ldots,D_n}{C}} \in D \wedge P \in \Gamma_{X,D}(Y) \wedge \neg D_1,\ldots,\neg D_n \notin Y \})$

Eigenschaften der Extensionen ***E***:
- „sicheres Wissen“ enthalten: $X \subseteq E$
- Abgeschlossenheit: Th(***E***) = ***E***
- Anwendung der Default-Regeln soweit möglich
- Beschränkung auf jeweils damit ableitbare Formeln:
  $\Gamma_{X,D}(E) = E$ (Minimalität)

Extensionen der Default-Logik

$\Gamma_{X,D}(Y) := Th(X \cup \{ C \mid \boxed{\frac{P:D_1,\ldots,D_n}{C}} \in D \wedge P \in \Gamma_{X,D}(Y) \wedge \neg D_1,\ldots,\neg D_n \notin Y \})$

Umständliche Definition ist notwendig:
bei Fixpunkten von

(statt $\Gamma_{X,D}(Y)$)

$\Gamma_{X,D}(Y) := Th(X \cup \{ C \mid \boxed{\frac{P:D_1,\ldots,D_n}{C}} \in D \wedge P \in Y \wedge \neg D_1,\ldots,\neg D_n \notin Y \})$

wäre für [***X,D***] = [∅, {:b/a}]

außer {a} auch {¬b} eine Extension.

Probleme Default-Logik

- Kreisförmige Schlüsse
- Inkonsistenzen

aus { a:H / H, b:H / H, a ∨ b } ist H nicht ableitbar

- unerwartetes Verhalten

[***X,D***] = [∅, { : ¬H / H}] hat keine Extensionen

- Unentscheidbarkeit von „¬D nicht ableitbar"
- Default-Logik nicht axiomatisierbar

Auto-Epistemische Logik (Moore, 1985)

Modaler Operator Bel:

Bel(p) = es wird geglaubt, daß p gilt

Zusätzliche Axiome der Form:

$P \wedge Bel(D) \rightarrow C$

$P \wedge \neg Bel(D) \rightarrow C$

Beispiele:

vogel(X) ∧ Bel(fliegt(X)) → fliegt(X)
vogel(X) ∧ Bel(¬ fliegt(X)) → ¬ fliegt(X)
vogel(X) ∧ ¬ Bel(fliegt(X)) → ¬ fliegt(X)
vogel(X) ∧ ¬ Bel(¬ fliegt(X)) → fliegt(X)

Auto-Epistemische Logik: Extensionen

E ist Extension von einer Axiomenmenge ***X***, falls

E := Ab(***X*** ∪ { Bel(H) | H∈ ***E***} ∪ { ¬Bel(H) | H ∉ ***E*** })

Beispiel:

X= { vogel(Tw) ∧ (¬Bel(¬fliegt(Tw)) → fliegt(Tw)) , vogel(Tw) }

fliegt(Tw)) ∈ ***E***

Auto-Epistemische Logik/Default-Logik

Default-Logik (DL) und Auto-Epistemische Logik (AEL) sind in gewisser Weise äquivalent.

P: $D_1,\ldots,D_n$ / C
entspricht
$Bel(P) \wedge \neg Bel(\neg D_1) \wedge \ldots \wedge \neg Bel(\neg D_n) \rightarrow C$

DL-Extensionen entsprechen gewissen Bel-freien AEL-Extensionen.

Circumscription (Mc Carthy, 1980)

Idee: Gültigkeitsbereich spezieller Prädikate minimal festlegen.
- Bei CWA: Festlegung auf einen minimalen Gültigkeitsbereich mittels Folgerungs-/Ableitungsrelation.
- Bei Circumscription: Festlegung auf einen minimalen Gültigkeitsbereich mittels zusätzlicher Axiome.

Gültigkeitsbereich eines Prädikats P eingrenzbar durch
- positive Festlegungen, z.B.
  - P(a), P(b),...
  - ∀x (H(x) → P(x)),...
  - „im Zweifelsfalle für den Angeklagten“
- negative Festlegungen, z.B.
  - ¬P(c), ¬P(d),...
  - ∀x (H(x) → ¬P(x)),...
  - CWA

Auswirkungen jeweils für P(e) ?

Circumscription (Mc Carthy, 1980)

Minimaler Gültigkeitsbereich mittels zusätzlicher Axiome.

Beispiel:

verheiratet(Peter).

verheiratet(Petra).

als weiteres Axiom:

$\forall x(\text{verheiratet}(x) \rightarrow x = \text{Peter} \vee x = \text{Petra})$

allgemein:

(Axiomen-)Schema Prädikaten-Circumscription für ein Prädikat P bezüglich einer Formel H.

(Axiomen-)Schema Prädikaten-Circumscription

Definition:
P sei n-stelliges Prädikatensymbol, H Formel ohne freie Variable.
H(Q) entstehe aus H durch Ersetzung des Prädikatensymbols P durch ein n-stelliges Prädikatensymbol Q.
Das Schema der Prädikaten-Circumscription von P bezüglich H ist die Menge aller mit unterschiedlichen Q möglichen Formeln

$$(H(Q) \wedge \forall x_1 \ldots \forall x_n (Q(x_1,\ldots,x_n) \rightarrow P(x_1,\ldots,x_n)))$$
$$\rightarrow \forall x_1 \ldots \forall x_n (P(x_1,\ldots,x_n) \rightarrow Q(x_1,\ldots,x_n))$$

Instanzen dieses Schemas gemeinsam mit H(P) und den sonstigen Axiomen für Ableitungen benutzen:
Geignetes Q erzwingt P mit minimalen Gültigkeitsbereich.

Alternativ z.B.: Circumscription-Axiom in PK2

Präferenzen

- Präferierte Theorie:
  - Präferenz-Relation bzgl. der maximalen konsistenten Teiltheorien einer inkonsistenten Theorie.

- Präferierte Modelle:
  - Präferenz-Relation über den Modellen.
  - Folgerungsrelation nur bzgl. der präferierten Modelle.
  - Präferenz von Modellen z.B. durch
    - Modelle mit wenig Ausnahmen
    - Modelle mit vielen Standard-Annahmen

Circumscription bedeutet Präferenz von Modellen mit minimaler Gültigkeitsbereich für Prädikat P .

Revisions-Mechanismen

„Belief Revision“:
Im Inferenz-Prozess werden aus Axiomen/Annahmen A_1, A_2,... Schlussfolgerungen H_1, H_2,... gezogen.

Bei Revision von A_i kann Rechtfertigung für H_j entfallen:
ggf. muß auch H_j revidiert werden.

Z.B. in nicht-monotonen Systemen:
- Konsistenz-Prüfung bei veränderten Voraussetzungen
- Überprüfung der bisher erfolgten Schlüsse

„Belief Update“:
Durch Zustandsänderung notwendige Aktualisierungen.

Revisions-Mechanismen

Wissensbasis B $\cup$ { p } sei inkonsistent

{ a , b, c, a$\wedge$b$\rightarrow$c, $\neg$c }

Syntaktische Revision:

Ziel: konsistente Teilmenge B´ $\subseteq$ B $\cup$ { p } auswählen

Kriterien für Auswahl:

- Zuverlässigkeit der Information
- Wichtigkeit der Information

{ b, a$\wedge$b$\rightarrow$c, $\neg$c }
{ a, a$\wedge$b$\rightarrow$c, $\neg$c }
{ a , b, $\neg$c }
{ a , b, c, a$\wedge$b$\rightarrow$c }

Semantische Revision:
Betrachtung von Modellen

Truth Maintenance Systeme

Truth Maintenance Systeme (TMS)
(auch „Reason Maintenance Systeme“ - RMS)
protokollieren die Ableitungsprozesse bzw.
die Abhängigkeiten und
ermöglichen damit die Revision von Schlussfolgerungen.

- JTMS - Justification Based TMS (Doyle, 1979)
  Protokolliert die Begründungen:
  Regelanwendungen mit unmittelbaren Voraussetzungen

- ATMS - Assumption Based TMS (de Kleer, 1984)
  Protokolliert die jeweils zugrunde liegenden Axiome