

HASKELL

KAPITEL 1

Fundamentale Konzepte

Richard Bird:

Introduction to Functional Programming using Haskell

2nd edition Prentice Hall (1998)

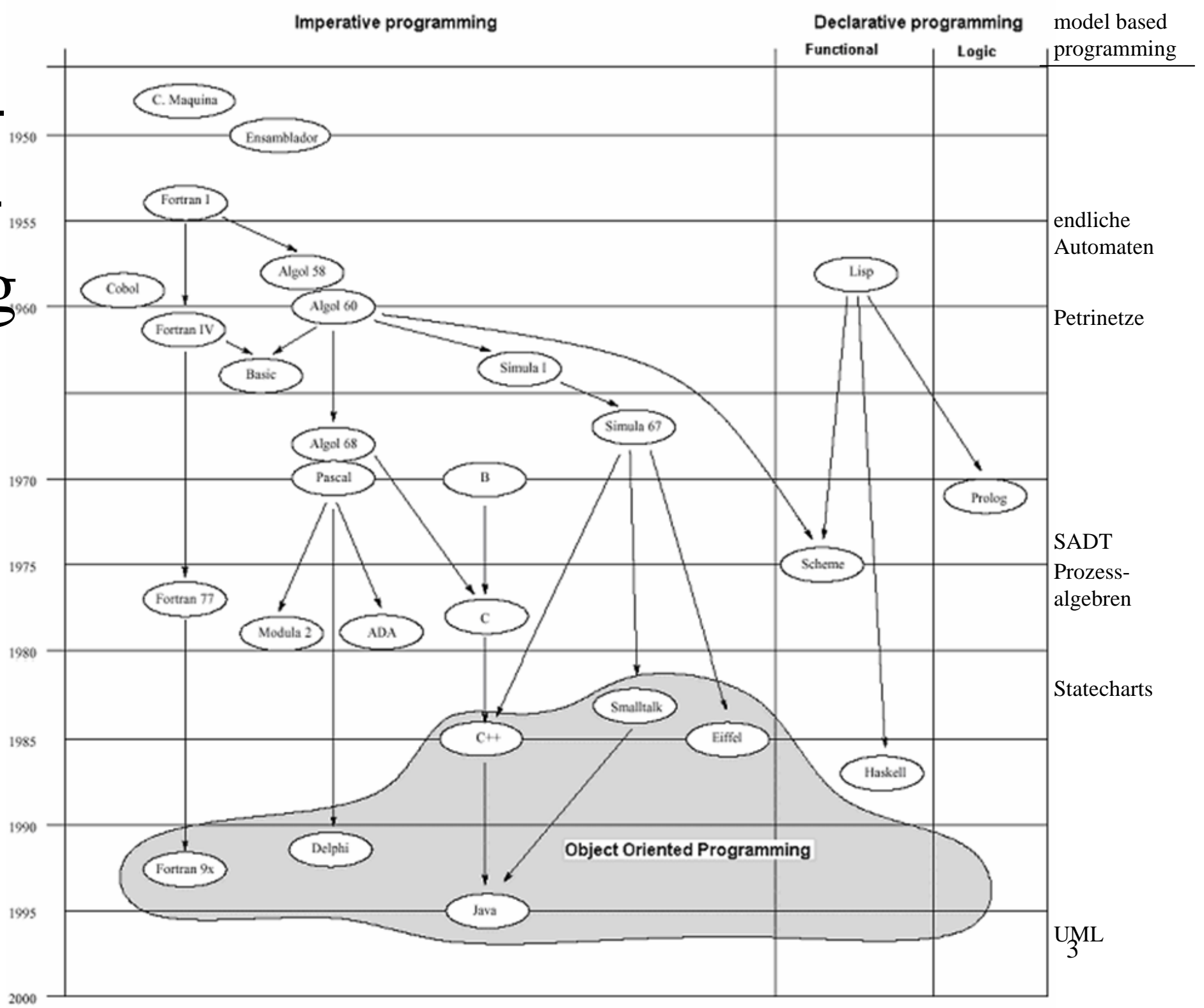
Simon Thompson

Haskell – The Craft of Functional Programming

Addison Wesley (1999)

Dank an: Prof. W. Reisig und Prof. Karsten Schmidt für Vorlesungsmaterialien

Ein- ord- nung



<http://www.haskell.org/aboutHaskell.html>

About Haskell

Haskell is a computer programming language. In particular, it is a *polymorphically typed, lazy, purely functional* language, quite different from most other programming languages. The language is named for [Haskell Brooks Curry](#), whose work in mathematical logic serves as a foundation for functional languages. Haskell is based on *lambda calculus*, hence the lambda we use as a logo.

Why Use Haskell?

Writing large software systems that work is difficult and expensive. Maintaining those systems is even more difficult and expensive. Functional programming languages, such as Haskell, can make it easier and cheaper. For example, a new user who wrote a small relational DBMS in Haskell had this to say: WOW! I basically wrote this without testing; just thinking about my program in terms of transformations between types.

<http://www.haskell.org/aboutHaskell.html>

Haskell is a wide-spectrum language, suitable for a variety of applications. It is particularly suitable for programs which need to be highly modifiable and maintainable. Much of a software product's life is spent in *specification, design* and *maintenance*, and not in *programming*. Functional languages are superb for writing specifications which can actually be executed (and hence tested and debugged).

Such a specification then *is* the first prototype of the final program.

Functional programs are also relatively easy to maintain, because the code is shorter, clearer, and the rigorous control of side effects eliminates a huge class of unforeseen interactions.

- **What is functional programming?**
- C, Java, Pascal, Ada, and so on, are all *imperative* languages. They are "imperative" in the sense that they consist of a sequence of commands, which are executed strictly one after the other. Haskell is a *functional* language. A functional program is a single expression, which is executed by evaluating the expression. Anyone who has used a spreadsheet has experience of functional programming.
- In a spreadsheet, one specifies the value of each cell in terms of the values of other cells. The focus is on *what* is to be computed, not *how* it should be computed. For example:
 - we do not specify the order in which the cells should be calculated - instead we take it for granted that the spreadsheet will compute cells in an order which respects their dependencies.

was soll erreicht werden?

zwei Ziele vereinbaren:

1. ein Programm ist ein mathematisches Objekt.
Jeder Aspekt ist sonnenklar .
2. ein Programm wird auf einem Rechner realisiert ...

Typische Probleme dabei: was passiert bei

- partiell definierter Operation *z.B. $1/x$ für $x = 0$*
- Typfehler *z.B. $2 + True$*
- nicht abbrechender Schleife
- etc

dazu gehört ...

Umgang mit Datentypen

unendliche, endliche Typen

1.1 Grundidee des Funktionalen Programmierens

Beobachtung:

ein konventionelles Programm berechnet eine *Funktion*.

Vorschlag:

Programmierer formuliert Funktionen,
kombiniert eigene und vorgegebene Funktionen.

Wie hinschreiben?

als *Terme*.

Rechner „rechnet Terme aus“

Beispiele für das „Ausrechnen“ von Termen:

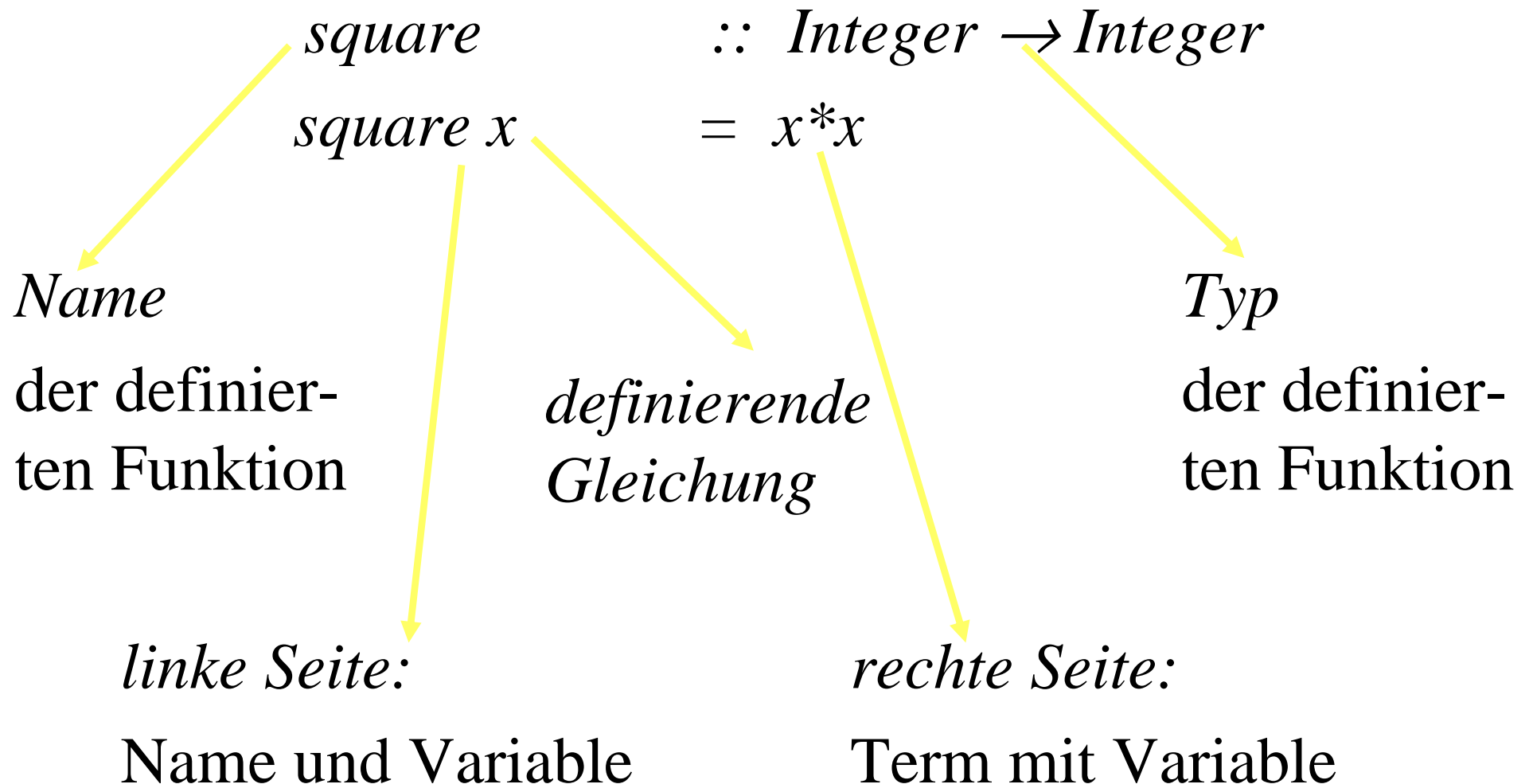
Term: 42

ausrechnen: bleibt bei 42

Term: $7*6$

ausrechnen: ergibt 42

Beispiele für das Definieren einer Funktion



noch eine Definition einer Funktion

mathematisch übliche Notation:

Integer × *Integer*



smaller :: (*Integer*, *Integer*) → *Integer*

smaller (*x*, *y*) = **if** $x \leq y$ **then** *x* **else** *y*

warum die neue Notation?

damit jede Funktion *genau ein* Argument hat

„Script“

square $:: Integer \rightarrow Integer$

square $x = x * x$

smaller $:: (Integer, Integer) \rightarrow Integer$

smaller $(x,y) = \mathbf{if } x \leq y \mathbf{ then } x \mathbf{ else } y$

Def.: ein *script* ist eine Menge von Definitionen.

Variante des Scripts

square $:: Integer \rightarrow Integer$

square x $= x*x$

ersetze *Integer* durch *Float*:

Float: floating point numbers.

square $:: Float \rightarrow Float$

square x $= x*x$

Variante des Scripts

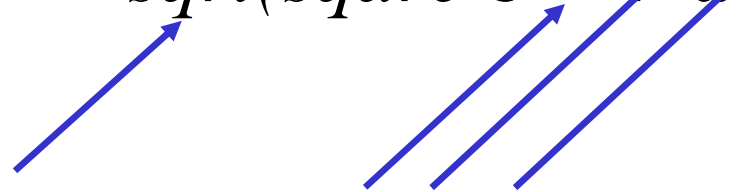
square $:: \text{Float} \rightarrow \text{Float}$

square x = $x*x$

kombinieren zu einem Script:

delta $:: (\text{Float}, \text{Float}, \text{Float}) \rightarrow \text{Float}$

delta (a,b,c) = $\text{sqrt}(\text{square } b - 4*a*c)$



systemdefinierte Funktionen

1.2 Evaluation

square $:: Integer \rightarrow Integer$

square $x = x * x$

smaller $:: (Integer, Integer) \rightarrow Integer$

smaller $(x, y) = \mathbf{if\ } x \leq y \mathbf{\ then\ } x \mathbf{\ else\ } y$

Beispiel für einen Term

square (*smaller* (5, 3+4))

„ausrechnen“: ergibt 25.

... geht das immer?
Kann man jeden Term
„ausrechnen“?

was heißt „einen Term t ausrechnen“?

... den „einfachsten“ Term des gleichen Wertes angeben.

... gibt es immer so einen „einfachsten“ Term ?

Beispiel: $square(3+4)$
= { Definition von $+$ } $square(7)$
= { Definition von $square$ } $7*7$
= { Definition von $*$ } 49

alternativ: $square(3+4)$
= { Definition von $square$ } $(3+4)*(3+4)$
= { Definition von $+$ } $7*(3+4)$
= { Definition von $+$ } $7*7$
= { Definition von $*$ } 49

was heißt „einen Term t ausrechnen“?

... manchmal gibt es verschiedene Wege,
die aber zum gleichen Ergebnis führen.

... klappt das immer?

Beispiel

Skript:

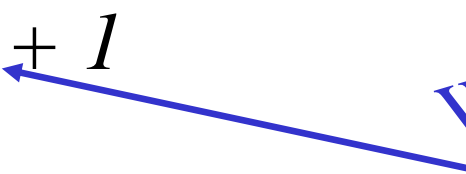
three $:: Integer \rightarrow Integer$

three x $= 3$

infinity $:: Integer$

infinity $= infinity + 1$

Wert unklar, aber als
Term reduzierbar



einen Term ableiten:

$= \{ \text{Definition von } infinity \}$

$= \{ \text{Definition von } infinity \}$

etc.

three infinity

three (infinity + 1)

three ((infinity + 1) + 1)

Beispiel

Skript:

three :: *Integer* → *Integer*

three x = 3

infinity :: *Integer*

infinity = *infinity* + 1

einen Term ableiten:

three infinity

= { Definition von *three* }

3

1.3 Werte

Was für Werte verwenden wir?	Gibt es kanonische Repräsentanten?
natürliche Zahlen	ja
floating point Zahlen	ja
Wahrheitswerte	(ja)
Symbole	ja
Symbolketten	ja
Tupel vorhandener Werte	ja
Funktionen über vorh. Werten	nein
Listen über vorhandener Werte	(ja)
selbst definierte Werte	ja
neue Operationen über Werten	nein

hat jeder Term eine klare Bedeutung?

Was passiert beim
Ausrechnen von

semantisch

im
Rechner

$1/0$

\perp

interrupt

square infinity

\perp

failure

three infinity

\perp

interrupt

oder 3

oder 3

„undefiniert“

kein darstellbarer Wert in Haskell

1.4 „Funktion“

auch eine Funktion $f: A \rightarrow B$ ist ein Wert
(in der Menge der Funktionen).

Beispiele:

three $:: Integer \rightarrow Integer$

square $:: Integer \rightarrow Integer$

delta $:: (Float, Float, Float) \rightarrow Float$

Notationen

auch eine Funktion $f: A \rightarrow B$ ist ein Wert.

Man muss sie hinschreiben können:

three $:: Integer \rightarrow Integer$

square $:: Integer \rightarrow Integer$

delta $:: (Float, Float, Float) \rightarrow Float$

allgemein schreibt man:

$f: A \rightarrow B$.

Für $a \in A$ gilt also: $f(a) \in B$.

hingeschrieben: $f a$

Beispiele für Notationen

auch eine Funktion $f: A \rightarrow B$ ist ein Wert.

Man muss sie hinschreiben können:

three $:: Integer \rightarrow Integer$

square $:: Integer \rightarrow Integer$

delta $:: (Float, Float, Float) \rightarrow Float$

square 3 *delta (3.14, .5, 0.0)* *square (3+4)*

Klammer nötig wg. Unterschied zu *square 3+4*

Anwendung von f auf a bindet stärker als alles andere.

Deshalb: *square (square 3)* und nicht *square square 3*

1.4.1 „Extensionalität“

Def.: Zwei Funktionen $f: A \rightarrow B$ und $g: C \rightarrow D$ sind *gleich*, wenn

$$A = C, B = D,$$

und für jedes $a \in A$ gilt: $f(a) = g(a)$.

„egal, wie f und g implementiert sind“.

Beispiel:

$double :: Integer \rightarrow Integer$		$double' :: Integer \rightarrow Integer$
$double\ x = x+x$		$double'\ x = 2*x$

Dann gilt: $double = double'$

auch ein Wert ist eine Funktion

Def.: Sei A eine Menge.

A^n bezeichnet die n -Tupel (a_1, \dots, a_n) über A .

klar für $n = 2, 3, \dots$

„1-Tupel“ $(a) \in A^1$ „dasselbe wie“ $a \in A$.

„0-Tupel“ $() \in A^0$. Die Menge A^0 hat ein Element.

eine Funktion $f : A^0 \rightarrow A$ beschreibt einen Wert, $f()$.

damit:

zu jedem $a \in A$ gibt es genau eine Funktion f mit $f() = a$

Damit: jedes $a \in A$ „ist“ eine Funktion $f : A^0 \rightarrow A$

HASKELL

KAPITEL 2

Funktionen als Programmiersprache

die Idee

was ist die Bedeutung eines klassischen Programms?
eine Funktion (oder Relation) zwischen Ein-und Ausgabe.

Idee:

schreibe Funktionen hin!

vermeide das Konzept „Zustand“ !

nutze Mathematik !

! eine Denkweise – analog *PROLOG*

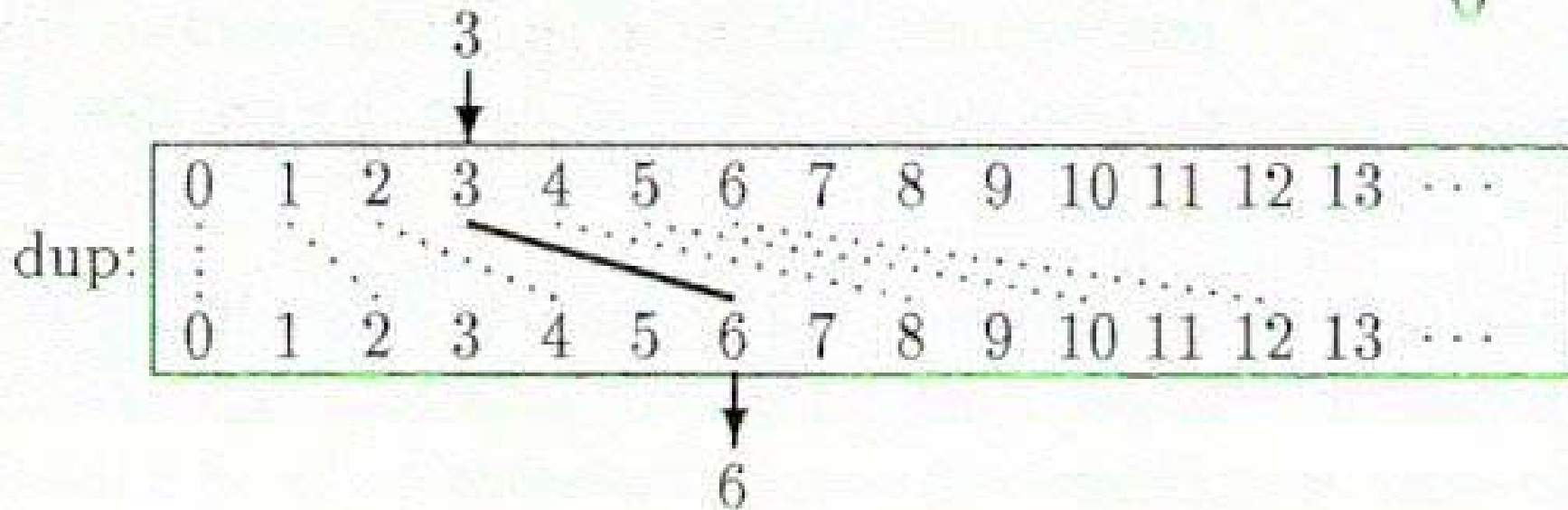
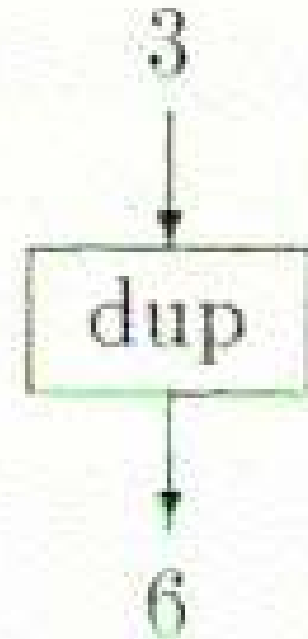
ein Programm beschreibt eine Funktion

Problem:

für $f: A \rightarrow B$ ist A (und B) i.a. unendlich.

deshalb nötig: eine Syntax, um solche Dinge
hinzuschreiben.

Beispiel: Zahlen duplizieren. Abstrakt:
im Inneren des Kastens:



typische Dialoge

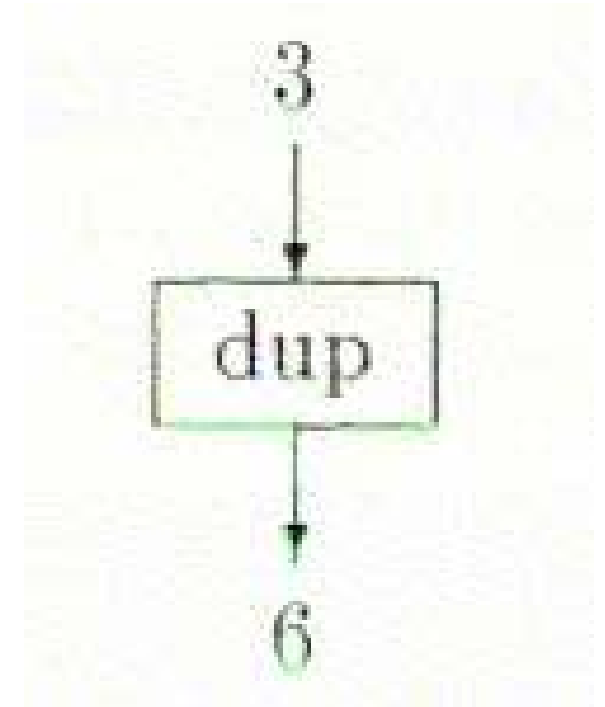
Beispiel

Eingabe: `dup 3`

Ausgabe: `>> 6`

Eingabe: `dup (3+1)`

Ausgabe: `>> 8`

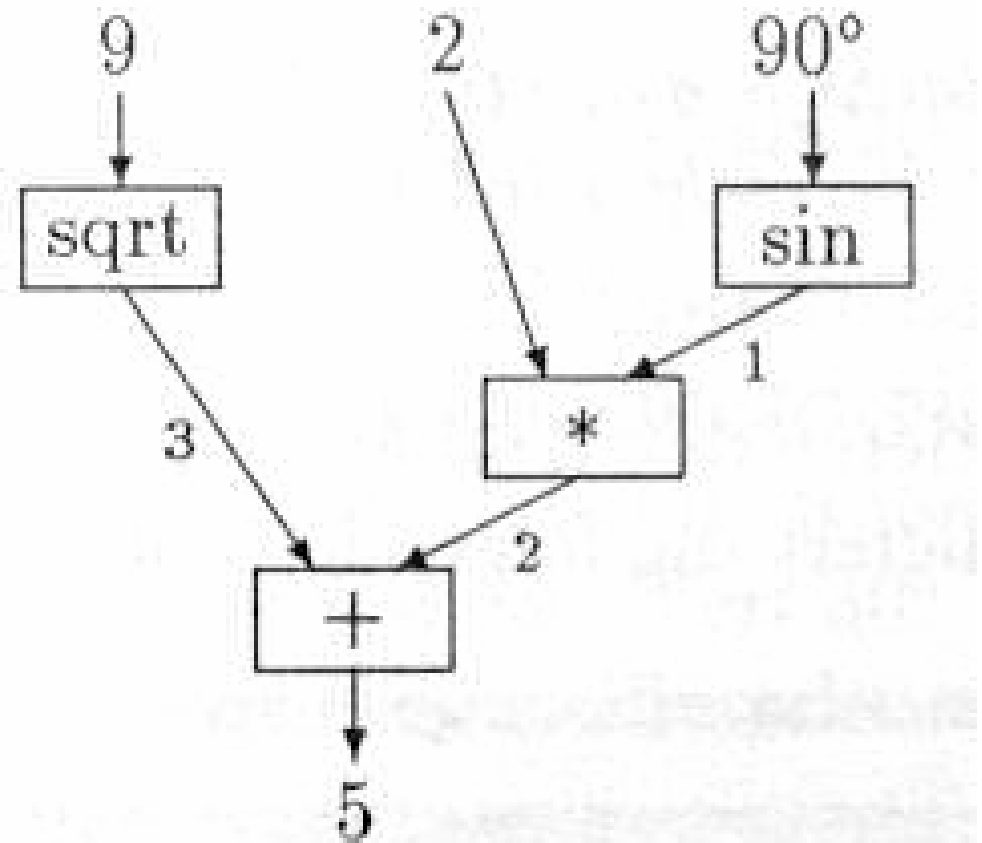


mehrere Funktionen verbinden

Eingabe: `sqrt(9) + (2*sin(90°))`

Ausgabe: `>> 5`

graphisch:



was brauchen wir?

elementare Ausdrücke (*Grundterme*):

- Konstanten 10 9.81 45
- Funktionssymbole `sqrt`, `+`, `*`, `sin`, `°`
- zusammensetzen gemäß Stelligkeit
`+ (sqrt(9), (* (2, sin(°(90)))))`

schwer zu lesen, deshalb

- Infix für `+` und `*`
- Postfix für `°`
- Präfix nur für `sqrt`
- ergibt `sqrt(9) + (2*sin(90°))`

Beispiel:

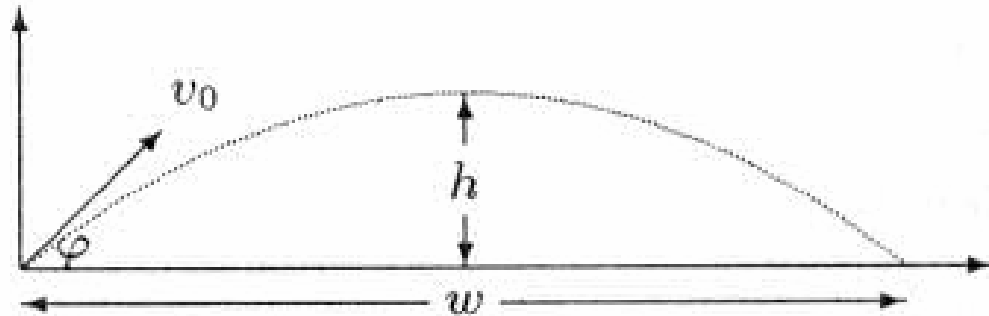


Abb. 2.1. Schiefer Wurf

Anfangsgeschwindigkeit: v_0

Anfangswinkel: φ

daraus ergibt sich die Wurfweite $w = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\varphi$

Ausrechnen durch *Datenfluß*

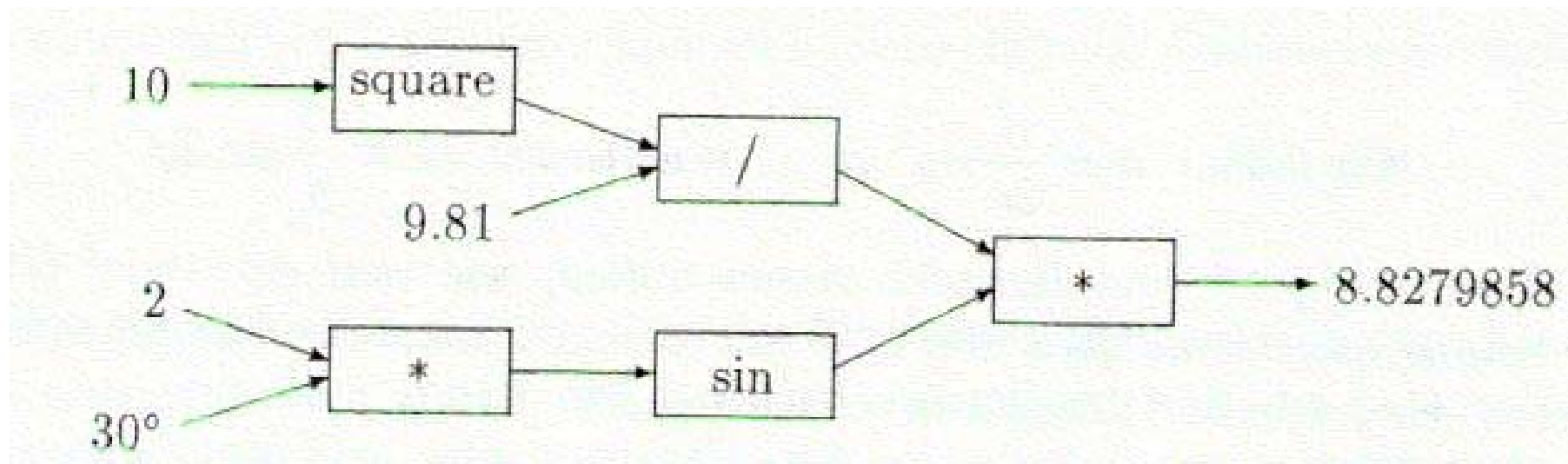
Beispiel:

Eingabe: $(\text{square}(10) / 9.81) * \sin(2 * 30^\circ)$

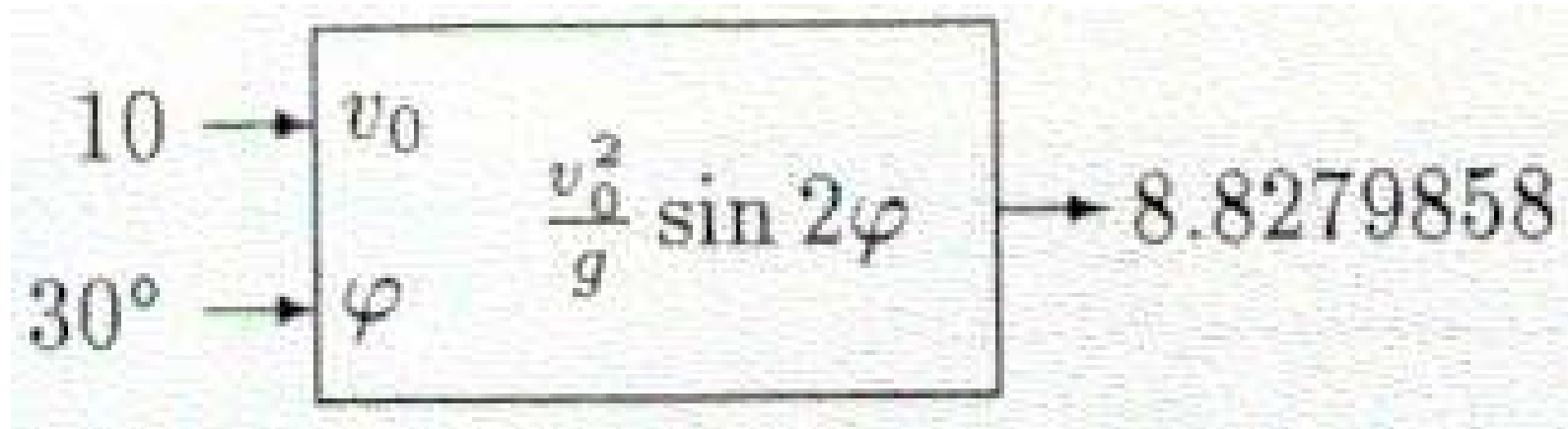
Ausgabe: $\gg 8.8279858$

rechnet die Weite eines Wurfes aus, bei

- Anfangsgeschwindigkeit von 10 m/sec
- Winkel von 30° .



was wir eigentlich hinschreiben wollen
ein „Kästchen“



modifizierbar in den Inschriften der beiden linken Pfeile

... auf der Tastatur:

```
f (v0, phi) = (square(v0)/9.81) *  
sin(2 * phi) (10, 30°)
```

Ausgabe: >> 8.8279858

„ausrechnen“ in 2 Schritten

`f (v0, phi) = (square (v0) / 9.81) *
sin(2 * phi) (10, 30°)`

1. Schritt: das Funktionssymbol, die Variablenliste und die Argumente weglassen. Ergibt

`(square (10) / 9.81) * sin(2 * 30°)`

allgemeine Form:

$f(x_1, \dots, x_n) = \langle \text{Ausdruck} \rangle (v_1, \dots, v_n)$

Ersetze in $\langle \text{Ausdruck} \rangle$ komponentenweise x_i durch v_i ;

lösche dann $f(x_1, \dots, x_n)$ und (v_1, \dots, v_n) .

Es entsteht ein Grundterm.

„ausrechnen“ in 2 Schritten

1. Schritt: Grundterm bilden

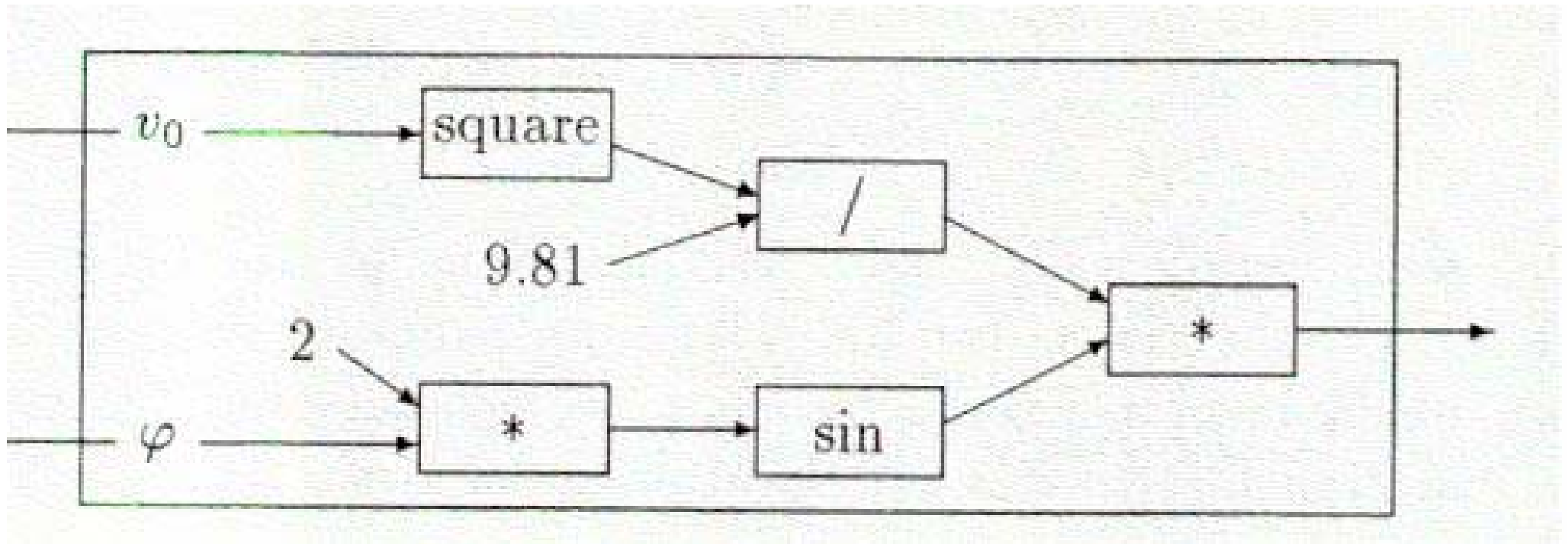
$$\text{square}((10)/9.81) * \sin(2 * 30^\circ)$$

2. Schritt: Grundterm berechnen

ergibt:

8.8279858

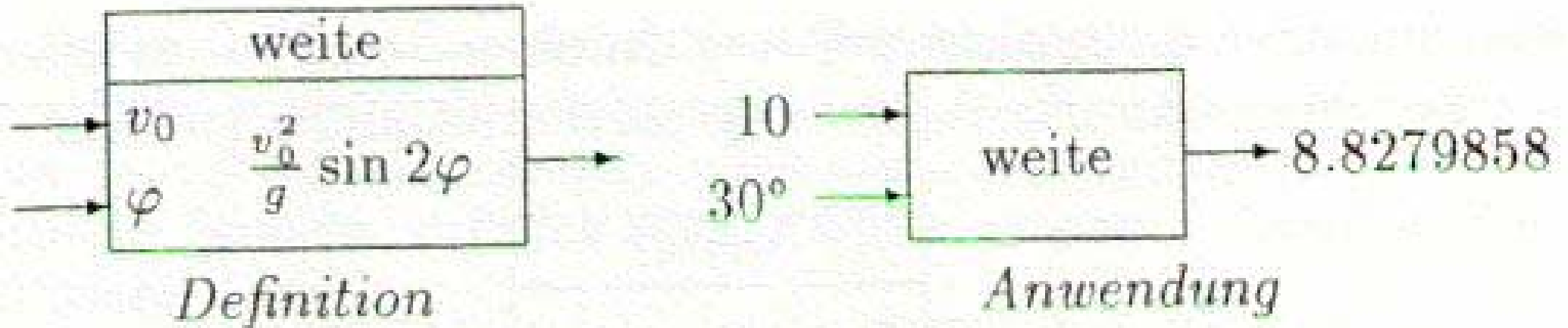
als Flussgraph:



Parameter: v_0 und φ

Konstante 9.81 und 2 innerhalb der Funktion

die Funktion *weite*



Funktionsname intuitiver:

$$\text{weite}(v_0, \text{phi}) = (\text{square}(v_0) / 9.81) * \sin(2 * \text{phi})$$

Verwendung:

`weite(10, 30°)` Ausgabe: >> 8.8279858

`weite(10, 45°)` Ausgabe: >> 10.19368

`weite(10, 30°)` Ausgabe: >> 8.8279858

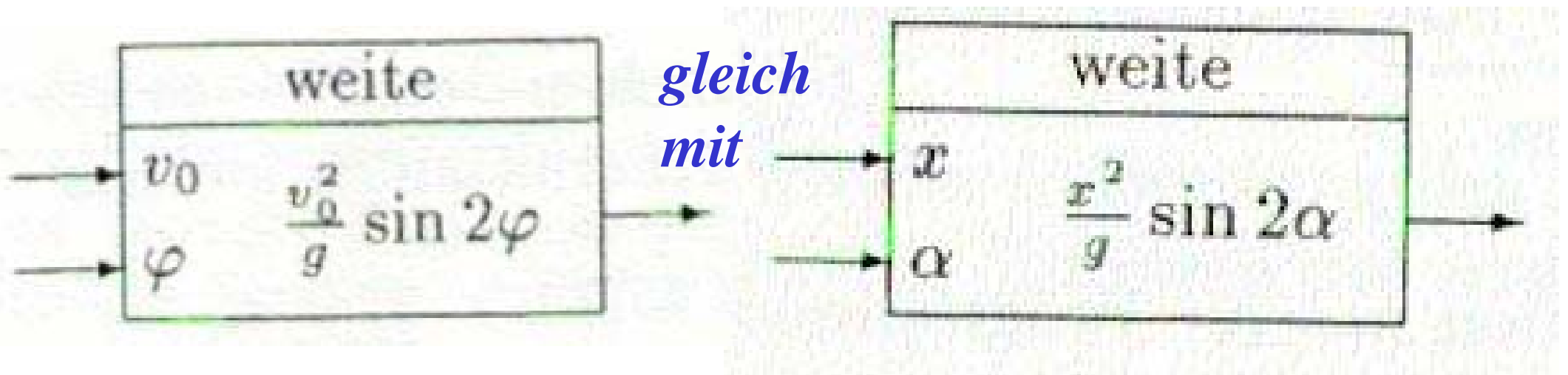
Variablen-Namen

... ohne Belang:

$$f(v_0, \text{phi}) = (\text{square}(v_0) / 9.81) * \sin(2 * \text{phi})$$

genauso gut wie:

$$f(x, \text{alfa}) = (\text{square}(x) / 9.81) * \sin(2 * \text{alfa})$$



... zunächst den Typ

... angeben ist zweckmäßig, aber in Haskell nicht zwingend:

```
mwstsatz :: Float
netto :: Float -> Float
mwstanteil :: Float -> Float
mwstsatz = 0.19
netto brutto = brutto - (brutto
*mwstsatz)
mwstanteil brutto = brutto
*mwstsatz
```

bisheriges

```
weite :: (Float, Float) -> Float
```

```
weite (v0, phi) = (square (v0) / 9.81) *  
  sin(2 * phi) (10, 30°)
```