

Fallunterscheidung

```
case(...) :- condition-1(...),declaration-1(...).
case(...) :- condition-2(...),declaration-2(...).
...
case(...) :- condition-n(...),declaration-n(...).
```

- Mit Backtracking, ggf. weitere Regel bearbeiten

```
case(Geld,Essen) :- Geld>500,adlon(Essen).
case(Geld,Essen) :- Geld>50,steakhouse(Essen).
case(Geld,Essen) :- Geld>5,doener(Essen).
case(Geld,Essen) :- selberkochen(Essen)
```

Fallunterscheidung mit cut

```
case(...) :- condition-1(...),!, declaration-1(...).
case(...) :- condition-2(...),!, declaration-2(...).
...
case(...) :- condition-n(...),!, declaration-n(...).
```

- Ohne Backtracking, höchstens eine Regel bearbeiten

```
case(Geld,Einladung) :- Geld>500,!,adlon(Einladung).
case(Geld,Einladung) :- Geld>50,!,steakhouse(Einladung).
case(Geld,Einladung) :- Geld>5,!,doener(Einladung).
case(Geld,Einladung) :-!,selberkochen(Einladung)
```

„If then else“

CWA (2)

Wann soll Interpreter Antwort „no“ auf Anfrage Q liefern?

Logische Varianten:

Wenn $\neg Q$ bewiesen wurde.

Wenn Q nachweisbar nicht bewiesen werden kann.

Wenn alle Beweisversuche für Q fehlgeschlagen sind.

Dabei jeweils implizite Annahmen bzgl. Negation.

Nicht-logische Varianten:

Wenn die verfügbaren Argumente für „nicht Q“ sprechen.

Wenn die verfügbaren Argumente gegen Q sprechen.

Im Zweifelsfall für den Angeklagten ...

CWA (2)

In Prolog:

Variante 3 „Negation by (finite) failure“

Wenn alle Beweisversuche für Q fehlgeschlagen sind.

Bedeutung der Antwort „no“:

Alle Beweisversuche sind fehlgeschlagen.

Probleme:

In PK1: Kein allgemeines Verfahren

(Nicht-Allgemeingültigkeit ist nicht aufzählbar)

Unterschiede zur logischen Negation

Negation by failure

Was würde bedeuten:

Wenn H nicht aus Programm P beweisbar ist,
wird angenommen, dass $\neg H$ beweisbar ist.

Unterstellung von

„Genau eins von beiden, H oder $\neg H$, ist aus P beweisbar.“

bedeutet in der Logik

Vollständigkeit (im Sinne der klassischen Logik!)

– für alle Aussagen H gilt: H oder $\neg H$ ist aus P beweisbar

Korrektheit

– für alle Aussagen H gilt:

H und $\neg H$ sind nicht beide aus P beweisbar

Negation by failure

„Genau eins von beiden, H oder $\neg H$, ist aus P beweisbar.“

Trifft in Prolog i.a. nicht zu:

Weder male(fritz)

noch \neg male(fritz)

folgen logisch aus

unserem Programm

```
parent(gaea,female(gaea)).
parent(gaea,female(rhea)).
parent(rhea,female(hera)).
parent(cronus,female(hestia)).
parent(rhea,female(demeter)).
parent(cronus,female(athena)).
parent(cronus,female(metis)).
parent(rhea,female(atlas)).
parent(cronus,male(uranus)).
parent(rhea,male(cronus)).
parent(rhea,male(zeus)).
parent(rhea,male(hades)).
parent(rhea,male(hermes)).
parent(rhea,male(apollo)).
parent(rhea,male(dionysius)).
parent(rhea,male(hephaestus)).
parent(rhea,male(poseidon)).
```

Inhaltlich ist Verfahren von Prolog oft sinnvoll

Operator not : Negation by failure

Ein subgoal `not(p1(X1...,Xn))` gelingt in Prolog, falls `p1(X1...,Xn)` nicht bewiesen werden kann.

```
?- not(male(fritz)).
yes
```

```
male(X):- not(female(X)).
```

```
?- male(rhea).
no
```

Nicht erlaubt: negierter Klauselkopf `not(p) :- ...`

not mittels cut implementierbar

Kombination von `cut` und `fail`:

```
verschieden(X,Y) :- X=Y,!,fail.
verschieden(X,Y).
```

```
male(X) :- female(X),!,fail.
male(X).
```

`not/1` wäre implementierbar durch

```
not(P) :- P,!,fail.
not(P).
```

Negation by failure: Diskussion

Vollständiger Kalkül müsste negative Prädikate in gleicher Weise wie positive Prädikate behandeln können:

- In Klausel `g :- g1,...,gn` dürften als subgoals `gi` positive Literale `p(X1,...,Xn)` oder negative Literale `¬p(X1,...,Xn)` auftreten.
- Beide Formen mit der Interpretation dass Belegungen der Variablen gesucht werden, die `gi` erfüllen

Tatsächlich aber nur für positive Literale realisiert.

`not(p(X1,...,Xn))` bedeutet dagegen, dass es keine Belegung gibt, die `p(X1,...,Xn)` erfüllt.

Negation by failure: Diskussion

Unterschied:

- `¬Q(X1,...,Xn)` beweisen
- `Q(X1,...,Xn)` nicht beweisen können

Insbesondere auch:

Misserfolg von „`not(Q)`“ ohne Backtracking in `Q`.

Negation by failure: Diskussion

Veränderte Semantik:

```
a:-not(b).
b.
?-not(a).
yes
```

Aber `¬a` folgt nicht aus `{¬b → a, b}`

```
a:-not(b).
?-a.
yes
```

Aber `a` folgt nicht aus `{¬b → a}`

Negation by failure: Diskussion

Man kann positive/negative Fakten separat benennen:
Beispiel: `female` und `male` (= nicht `female`)

Aber kein logischer Zusammenhang zwischen beiden:

Anfragen

```
?- female(fritz).
?- male(fritz).
```

führen beide zu „no“, falls `fritz` nicht in Datenbasis.

Anfrage

```
?- not(female(fritz)).
?- not(male(fritz)).
```

führen beide zu „yes“, falls `fritz` nicht in Datenbasis

Negation by failure: Diskussion

Falls `fritz` nicht in Datenbasis:

```
?- male(fritz).
no
?- not(male(fritz)).
yes
```

Wäre gleichzeitig definiert

```
male(X) :- not(female(X)).
```

wären alle nicht bekannten Objekte „männlich“:

```
? -male(fritz).
yes
```

„not“ führt keine Bindungen aus.

Keine Variablenbindung durch `not`.

Nicht im Sinne existentieller Anfragen verwendbar.

Problem bei Verwendung für nicht gebundene Variable

```
male(X) :- not(female(X)).
?-male(X).
no.
```

Solange `female(X)` beweisbar.

Es würde funktionieren bei vorheriger Bindung, z.B.

```
..., human(X), male(X), ...
```

Negation by failure: Diskussion

```
male(X) :- not(female(X)).
```

Abarbeitung von `?-male(X)` als $\forall X (\neg female(X))$
d.h. $\neg \exists X (female(X))$
statt $\exists X (male(X))$

Unterschiedliche Semantik bei
logischer Äquivalenz :

```
r1:-male(X),human(X).
r2:-human(X),male(X).
female(anna).
human(fritz).
?-r1.    ?-r2.
no      yes
```

r1 und r2 sind logisch äquivalent.

CWA (2): Negation by finite Failure

`not(Q)` gelingt (Antwort „yes“), falls `Q` misslingt (Antwort „no“)

`not(Q)` misslingt, (Antwort „no“), falls `Q` gelingt (Antwort „yes“)

Wann kann Interpreter Antwort „`not(Q)`“ bestätigen?

Gemäß *Variante 3*:

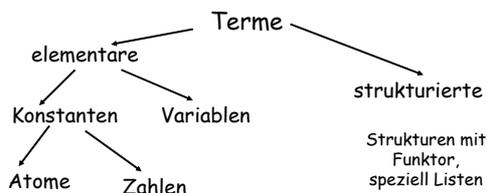
Wenn alle Beweisversuche für `Q` fehlgeschlagen sind.

Alle Beweisversuche müssen nach endlicher Zeit geprüft
sein. Nicht möglich bei unendlichem Und-oder-Baum.

Finite failure

Bedeutung der Antwort „no“:
Alle Beweisversuche sind fehlgeschlagen.

Prolog Syntax: Terme



Prolog Syntax: Terme

Atome: beginnen mit kleinen Buchstaben

```
thomas, lisa, robert
```

Zeichenketten: in Hochkommata eingeschlossen

```
`Thomas`, `Lisa`, `Robert`
```

Zahlen: natürliche und reelle Zahlen

```
26, 5.7E-3, -1.25
```

Variable:

beginnen mit großem Buchstaben oder Unterstrich

```
X, Thomas, _21,
_ (anonyme Variable)
```

Prolog Syntax: Terme

zusammengesetzte Terme (Strukturen):

kleingeschriebener Funktor, Argumente

– *Funktor* charakterisiert durch Name + Stelligkeit:

name/i

Unterschied: `punkt(3,4)`, `punkt(12,5,7)`

– Argumente sind Terme (rekursiv!)

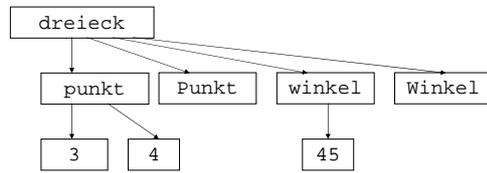
`punkt(3,4)`, `dreieck(X,Y,Z)`,

`dreieck(punkt(3,4),Punkt,winkel(45),Winkel)`

Prolog Syntax: Terme

Darstellung von Strukturen als Bäume.

`dreieck(punkt(3,4),Punkt,winkel(45),Winkel)`

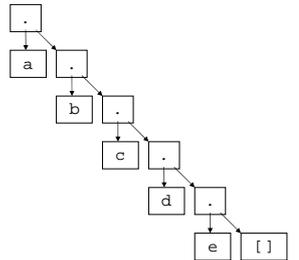


Prolog Syntax: Terme

Darstellung von Strukturen als Bäume.

`[a,b,c,d,e] = [a,[b,[c,[d,[e,[]]]]]] = .(a.(b.(c.(d.(e,[]))))`

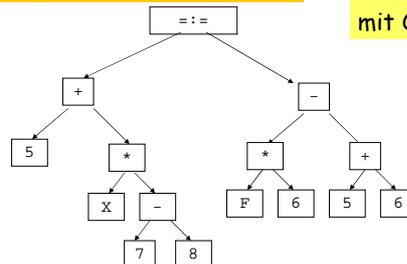
Spezielle Notationen für Listen



Prolog Syntax: Terme

`5 + X * (7 - 8) =:= F * 6 - (5 + 6)`

Spezielle Notationen mit Operatoren



`:=:(+(5,*X,-(7,8)),-(F,6),+(5,6))`

Prolog-Syntax: Programm

Programm: Menge von Prozeduren

Prozedur: Folge von Klauseln mit gleichem Kopf-Funktor

Klauseln: Fakten oder Regeln

Fakt: Prädikat

Regel: Kopf :- Körper

Kopf: Prädikat

Körper: Folge von Teilzielen

Teilziel: Prädikat

Prädikat: Funktor-Name und Liste von Argumenten

Argumente: Terme

Fakten und Regeln sind auch Strukturen

Parameter unterscheiden in
- Eingabe-Parameter
- Ausgabe-Parameter
- beliebig

Prolog-Syntax: Programm

Die Antwort auf alle Fragen erhält man mit

? - X .

Listen

Endliche geordnete Menge von Elementen
(endliche Folge, Sequenz, Wort)

Schreibweise: `[a,b,c,d,e]`
`[2, 34, 7, 13, 4, 2, 3, 13]`
`[S, t, u, d, e, n, t, i, n, n, e, n]`

Mathematisch definierbar als
Abbildung L von $\{1, \dots, n\}$ in Elemente-Menge

$L = [L(1), L(2), \dots, L(n)]$

oder als ineinander verschachtelte Mengen:
 $\{L(1), \{L(2), \{ \dots, \{L(n), \{ \} \} \dots \} \}$

Listen

Operationen (Methoden) mit Listen:

- Verketteten von Listen
- Zugriff auf Elemente
 - einfügen
 - suchen
 - löschen
- Reorganisation (z.B. Sortieren)
- Anzahl der Elemente

Listen

Implementation z.B. als

- Feld von Elementen
- Einfach verkettete Liste: Referenz auf Nachfolger
- Doppelt verkettete Liste: vorwärts-/rückwärts-Referenz

in JAVA z.B.:

- Klasse `String` für Zeichenketten:
Liste implementiert als Feld von Zeichen: `char[]`
- Klasse `Vector` für Listen allgemein

Listen

Rekursive Definition

- Die leere Liste (NIL oder `[]`) ist eine Liste.
- L ist eine Liste, wenn sie ein erstes Element (**head**) besitzt und der Rest (**tail**) wieder eine Liste ist.

`liste([]).`
`liste(L) falls liste(tail(L)).`

`head([a,b,c,d,e]) = a` `tail([a,b,c,d,e]) = [b,c,d,e]`
`[a,b,c,d,e] = [a,[b,c,d,e]] = [a,[b,[c,d,e]]] = [a,[b,[c,[d,e]]]]`
`= [a,[b,[c,[d,[e]]]]] = [a,[b,[c,[d,[e,[]]]]]]`

Listen in Prolog: Funktor „./2“

Struktur `.(Element, Liste)`

dient zur rekursiven Beschreibung von Listen:

`.(Kopf, Restliste)` beschreibt die Liste `[Kopf, ...(Rest)...]`
`.(a.(b.(c.(d.(e, [])))) = [a,b,c,d,e]`

Prolog erlaubt weitere Schreibweisen:

`[Kopf | Restliste]`
`[Element_1, ..., Element_n]`
`[Element_1, ..., Element_i | Restliste_ab_i+1]`
`[a,b,c,d,e]`
`= [a | [b,c,d,e]]`
`= [a,b | [c,d,e]]`
`= ...`
`= [a,b,c,d,e | []]`

member-Prädikat

`member(X, [X | T]).`
`member(X, [_ | T]) :- member(X, T).`

- ?- `member(a, liste).` Ist `a` Element von `liste`?
- ?- `member(X, liste).` Welche Elemente hat `liste`?
- ?- `member(a, L).` Welche Listen besitzen `a` als Element?

Variante für einmalige Antwort:

`member(X, [X | T]) :- !.`
`member(X, [_ | T]) :- member(X, T).`

append-Prädikat

```
append([], L, L).
append([X | L1], L2, [X | L3]) :- append(L1, L2, L3).
```

```
?- append(liste1, liste2, L3).
?- append(liste1, L2, liste3).
?- append(L1, liste2, liste3).
?- append(L1, L2, liste3).
```

Anwendungen für append-Prädikat

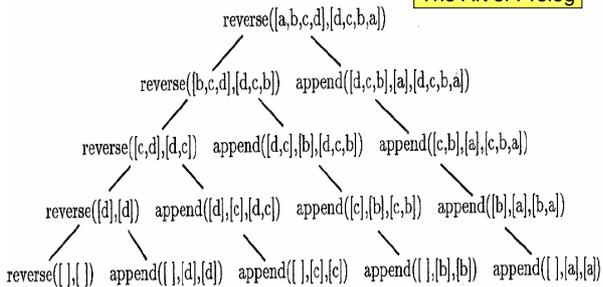
```
prefix(P, L) :- append(P, L2, L).
suffix(S, L) :- append(L1, S, L).
sublist(SL, L) :- prefix(P, L), suffix(SL, P).
```

```
member(X, L) :- append(P, [X | S], L).
```

```
naive_reverse([], []).
naive_reverse([H | T], R) :- naive_reverse(T, R1),
                             append(R1, [H], R).
```

Naive Reverse

Aus Shapiro:
The Art of Prolog



Anwendungen für append-Prädikat

Effizientere Implementation für reverse
Mit Hilfe eines „Akkumulators“ (Zwischenspeicher):

```
reverse(L, R) :- reverse_acc(L, [], R).
reverse_acc([H | T], Acc, R) :- reverse_acc(T, [H | Acc], R).
reverse_acc([], R, R).
```

Reverse mit Akkumulator

Aus Shapiro:
The Art of Prolog

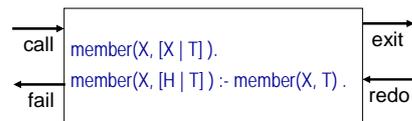
```
reverse([a,b,c,d],[d,c,b,a])
|
reverse([a,b,c,d], [], [d,c,b,a])
|
reverse([b,c,d], [a], [d,c,b,a])
|
reverse([c,d], [b,a], [d,c,b,a])
|
reverse([d], [c,b,a], [d,c,b,a])
|
reverse([], [d,c,b,a], [d,c,b,a])
```

Box-Modell, trace/0

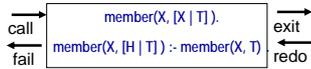
trace/0

Verfolgen des nächsten Beweisversuchs
in der Darstellung des Boxmodells.

Box modelliert Bearbeitung einer Prozedur
durch 4 Ports (Ereignisse) für Betreten/Verlassen



Box-Modell, trace/0



Call: Start des Beweises einer Prozedur (erster Beweisversuch: erste Klausel).

Exit: Erfolgreicher Beweis.

Redo: Alternativer Beweisversuch (Backtracking).

- Backtracking im Beweis der Klausel
- bzw. bei deren endgültigem Fehlschlag: Beweisversuch mit nächster alternativer Klausel.

Fail: Keine weiteren Beweismöglichkeiten für Prozedur.

Box-Modell, trace/0

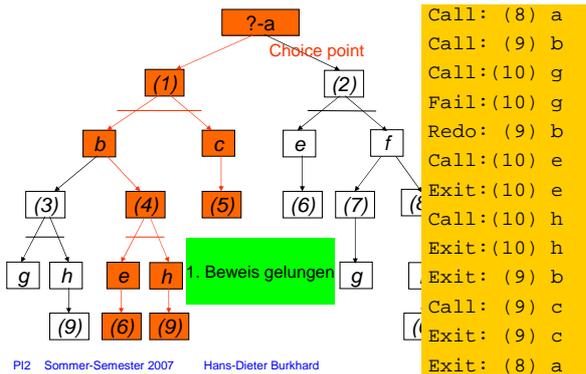
Reihenfolge der Boxen graphisch:

- Subgoals einer Klausel sequentiell
- Klauselaufrufe: ineinander verschachtelt

Reihenfolge der Boxen im trace:

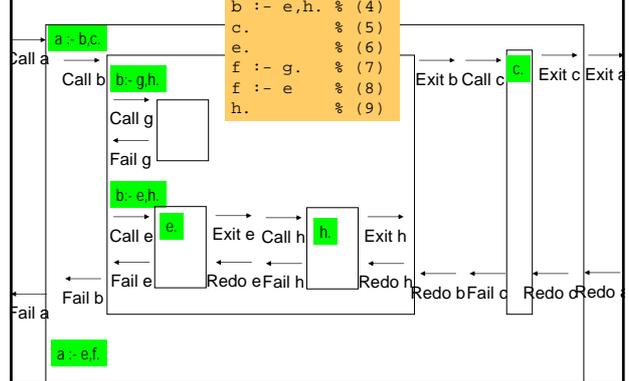
- sequentiell gemäß Abarbeitung im Und-oder-Baum
- mit Nummerierung gemäß Ebenen im Und-oder-Baum

trace



Call: (8) a
 Call: (9) b
 Call: (10) g
 Fail: (10) g
 Redo: (9) b
 Call: (10) e
 Exit: (10) e
 Call: (10) h
 Exit: (10) h
 Exit: (10) h
 Exit: (9) b
 Call: (9) c
 Exit: (9) c
 Exit: (8) a

trace



Debugger

Mit `debug/0` wird debug-Modus gestartet:

- Anzeigen von Trace-Punkten
- Unterbrechung an Spy-Punkten mit Möglichkeit zur interaktiven Arbeit
- Setzt ggf. Optimierungen außer Kraft
- Impliziter Aufruf durch `spy` bzw. `trace`
- Abschalten mit `nodebug/0`

Debugger

`trace/2` setzt/löscht Trace-Punkte

- für Prädikate (1.Argument)
- an angegebenen Ports (2.Argument):
`+portname` bzw. `-portname` bzw. Liste

`spy/1` bzw. `nosp/1` setzt/löscht Spy-Punkte

- für angegebene Prädikate

`trace/0` setzt überall Trace-Punkte für folgenden Aufruf

`debugging/0` zeigt Status

Variable/Parameter in Prolog

Imperative Programmiersprachen

- Überschreiben von Variablen
- Parameterübergabe bei Prozedur-Aufruf über
 - Wert (value-Parameter)
 - Referenz (reference-Parameter)

Prolog

- Dauerhafte Bindung (Instantiierung) von Variablen
- Parameter-Übergabe durch Unifikation
 - Referenzierung an Variable bzw. Wert

Variable/Parameter: Verzögerte Berechnung

`[trace] ?- append1([a,b,c],[1,2],L).`

- Call: (6) `append1([a, b, c], [1, 2], _G294)`
- Call: (7) `append1([b, c], [1, 2], _G366)`
- Call: (8) `append1([c], [1, 2], _G369)`
- Call: (9) `append1([], [1, 2], _G372)`
- Exit: (9) `append1([], [1, 2], [1, 2])`
- Exit: (8) `append1([c], [1, 2], [c, 1, 2])`
- Exit: (7) `append1([b, c], [1, 2], [b, c, 1, 2])`
- Exit: (6) `append1([a, b, c], [1, 2], [a, b, c, 1, 2])`

`L = [a, b, c, 1, 2]`

Variable/Parameter: Verzögerte Berechnung

`[trace] ?- naive_reverse([a,b,c],L).`

- Call: (6) `naive_reverse([a, b, c], _G287)`
- Call: (7) `naive_reverse([b, c], _G356)`
- Call: (8) `naive_reverse([c], _G356)`
- Call: (9) `naive_reverse([], _G356)`
- Exit: (9) `naive_reverse([], [])`
- Call: (9) `append1([], [c], _G360)`
- Exit: (9) `append1([], [c], [c])`
- Exit: (8) `naive_reverse([c], [c])`
- Call: (8) `append1([c], [b], _G363)`
- Call: (9) `append1([], [b], _G358)`
- Exit: (9) `append1([], [b], [b])`
- Exit: (8) `append1([c], [b], [c, b])`
- Exit: (7) `naive_reverse([b, c], [c, b])`
- Call: (7) `append1([c, b], [a], _G287)`
- Call: (8) `append1([b], [a], _G364)`
- Call: (9) `append1([], [a], _G367)`
- Exit: (9) `append1([], [a], [a])`
- Exit: (8) `append1([b], [a], [b, a])`
- Exit: (7) `append1([c, b], [a], [c, b, a])`
- Exit: (6) `naive_reverse([a, b, c], [c, b, a])`

`L = [c, b, a]`

Variable/Parameter: Verzögerte Berechnung

`[trace] ?- reverse1([a,b,c],L).`

- Call: (6) `reverse1([a, b, c], _G287)`
- Call: (7) `reverse_acc([a, b, c], [], _G287)`
- Call: (8) `reverse_acc([b, c], [a], _G287)`
- Call: (9) `reverse_acc([c], [b, a], _G287)`
- Call: (10) `reverse_acc([], [c, b, a], _G287)`
- Exit: (10) `reverse_acc([], [c, b, a], [c, b, a])`
- Exit: (9) `reverse_acc([c], [b, a], [c, b, a])`
- Exit: (8) `reverse_acc([b, c], [a], [c, b, a])`
- Exit: (7) `reverse_acc([a, b, c], [], [c, b, a])`
- Exit: (6) `reverse1([a, b, c], [c, b, a])`

`L = [c, b, a]`

Prädikate

Prädikate (Relationen) für „gültige Sachverhalte“

Beweise für Folgerungen/Ableitungen

Prädikate werden vom Nutzer definiert

Prolog-System realisiert (spezielles) Beweisverfahren

Prolog-System besitzt eingebaute (built-in) Prädikate für

- Programmierumgebung
- Eingabe/Ausgabe
- Steuerung der Abarbeitung
- Programm-Manipulation
- Term-Operationen
- Häufig benutzte Prädikate
- Arithmetik

Eingabe/Ausgabe

Eröffnen von files:

tell/1 see/1

see(date1), lese_von_datei(X), see(user), ...

Schließen von files:

told/0 seen/0

tell(date13), schreibe_auf_datei(Z), tell(user), ...

Erfragen des offenen files (Terminal: user):

telling/1 seeing/1

Eingabe/Ausgabe von Termen:

read/1 write/1

Eingabe/Ausgabe von Zeichen:

get/1 put/1

und weitere ... read(-Term) („Eingabeparameter“)
write(+Term) („Ausgabeparameter“)

Eingabe/Ausgabe

kubik :- write('Nächste Zahl bitte: '), read(X), bearbeite(X).

bearbeite(stop) :- !.

bearbeite(N) :- K is N*N*N,

write('Dritte Potenz von '), write(N),

write(' ist '), write(K), nl,

kubik.

Steuerung von Programmen

true, fail, !, not, ;, ,, call, repeat

• Aufruf: call/1

call(Ziel) :- Ziel.

• Endlose Schleifen: repeat/0

repeat.

repeat:-repeat.

Als System-Prädikat repeat/0 beliebig oft backtrackbar.

```
bearbeite_datei(D) :- see(D),
                    repeat, read(Term),
                    (Term = end_of_file ; write(Term), fail), !, seen.
```

end_of_file: CTRL d

Programmierungsumgebung

Laden eines PROLOG-Programms:

consult/1 oder [filename]

consult(user) bzw. [user] : Standard-Eingabe bis CTRL D

Beenden des PROLOG-Systems: halt/0

Debugging: trace/0, notrace usw.

Hilfesystem: help/0, help/1, apropos/1

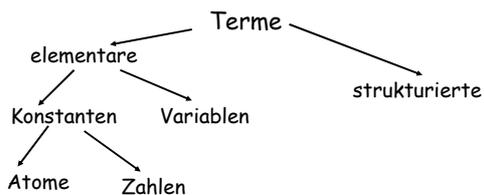
History-System: set_prolog_flag(history, N).

Auflisten von Programm-Klauseln: listing/1, listing/0

Analyse und Konstruktion von Termen

atom/1, integer/1, var/1, nonvar/1, ...

compound/1, ground/1, ...



Analyse und Konstruktion von Termen

• =.. („univ“), funktor/3, arg/3, ...

?- funktor_name(arg1, arg2) =.. L.

L = [funktork_name, arg1, arg2]

..., Goal=..[Funktork|ArgListe], call(Goal), ...

funktork(parent(X, zeus), parent(2))

arg(2, parent(X, zeus), zeus)

• Termvergleich =, ==, \=, \==

Programmoperationen

Hinzufügen von Programm-Klauseln

```
assert/1, asserta/1, assertz/1
```

Löschen von Programm-Klauseln

```
retract/1, retractall/1, Beschränkung auf  
„dynamische“ Klauseln
```

```
abolish/1, abolish/2  
Suche nach Programm-Klauseln  
clause/2
```

```
dynamic/1  
z.B.  
dynamic(male/1)
```

- Selbstmodifikation von Prolog-Programmen
- Selbstanalyse von Prolog-Programmen

Verwendung von assert

Doppelberechnungen vermeiden.

z.B. Wiederverwenden von Zwischenergebnissen:

```
:-dynamic(fibo/2).  
fibo( 0, 0 ).  
fibo( 1, 1 ).  
fibo( N, M ):- N1 is N-1, N2 is N-2,  
               fibo( N1, M1 ),  
               fibo( N2, M2 ),  
               M is M1 + M2,  
               asserta( fibo( N, M )).
```

Kritik am Programm: Kein Test auf negative Zahlen!

Verwendung von assert

Vorverarbeitung, z.B. Multiplikationstabelle:

```
berechne_tabelle :-  
L=[0,1,2,3,4,5,6,7,8,9],  
  member(X,L),member(Y,L),  
  Z is X * Y,  
  assert(produkt(X,Y,Z)),  
  fail;  
true.
```

Willkürliches Abbrechen von Beweisketten

Ersatz von

```
problemloesen  
:- problemloesen_1(ARGUMENTE,Z),  
   problemloesen_2(Z).
```

durch

```
problemloesen  
:- problemloesen_1(ARGUMENTE),  
   assert(zwischenergebnis(Z)), fail.  
problemloesen  
:- retract(zwischenergebnis(Z))  
   problemloesen_2(Z).
```

Idee:

Der durch problemloesen_1 belegte Laufzeitspeicher wird am Ende der 1.Klausel freigegeben.

Bei Bedarf Cut in problemloesen_1 um Backtracking zu vermeiden.