

Übungsblatt 10

Besprechung der mündlichen Aufgaben ab 28. 12. 2023
Abgabe der schriftlichen Lösungen bis 18. 1. 2024, 13:00 Uhr

Aufgabe 41 Sei $G = (V, E)$ ein Graph.

mündlich

- (a) Zeigen Sie, dass $\kappa(G) \leq 2m/n$ (Durchschnittsgrad) ist.
- (b) Finden Sie einen Algorithmus, der $\kappa(G)$ in Zeit $O(m\sqrt{n^5})$ berechnet.
Hinweis: Benutzen Sie den Algorithmus von Dinitz, um für alle Paare $\{x, y\} \notin E$ einen kleinsten x - y -Separator zu berechnen (vgl. Aufgabe 31(c)).
- (c) Verbessern Sie die Laufzeit auf $O(m^2\sqrt{n})$.
Hinweis: Zeigen Sie, dass es genügt, für $i = 1, 2, \dots$ jeweils für alle Paare $\{i, j\} \notin E$ einen kleinsten i - j -Separator S zu berechnen, bis $|S| < i$ ist, und benutzen Sie (a).

Aufgabe 42

mündlich

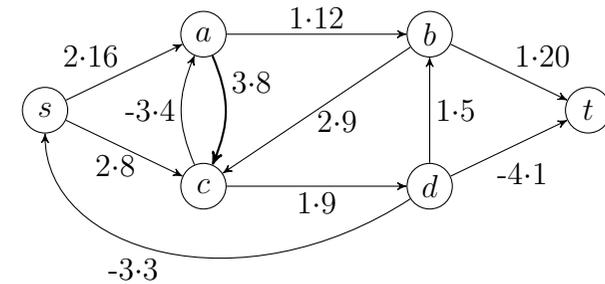
Sei $U \subseteq V$ eine unabhängige Knotenmenge in einem Graphen $G = (V, E)$, so dass $\deg(u) \geq \deg(v)$ für alle Knoten $u \in U$ und $v \in N(u)$ gilt. Zeigen Sie, dass G ein Matching M hat, das alle Knoten in U bindet.

Hinweis: Betrachten Sie den bipartiten Graphen $G' = (U, W, E')$, der aus G durch Entfernen aller Kanten zwischen 2 Knoten in $W = V \setminus U$ entsteht, und verwenden Sie den Heiratssatz.

Aufgabe 43

10 Punkte

- (a) Berechnen Sie in folgendem Netzwerk $N = (V, E, s, t, c, k)$ einen maximalen Fluss mit minimalen Kosten (alle Kanten $e \in E$ sind mit $k(e) \cdot c(e)$ beschriftet):



- (b) Lösen Sie (a) für das Netzwerk N' , das aus N entsteht, indem wir $k(s, d)$ auf den Wert 9 sowie $k(d, s)$ auf den Wert -9 setzen.