

## Übungsblatt 6

*Besprechung der mündlichen Aufgaben ab 30. 11. 2023  
Abgabe der schriftlichen Lösungen bis 7. 12. 2023, 13:00 Uhr*

### Aufgabe 25

*mündlich*

Sei  $f$  ein maximaler Fluss in einem Netzwerk  $N = (V, E, s, t, c)$ . Aus  $N$  wird ein neues Netzwerk  $N' = (V, E', s', t', c')$  konstruiert, indem alle Kanten gespiegelt und die Rollen von  $s$  und  $t$  vertauscht werden. Welchen Wert hat ein maximaler Fluss  $f'$  in  $N'$ ? Wie lässt sich ein solcher Fluss  $f'$  aus  $f$  gewinnen?

### Aufgabe 26

*mündlich*

Zeigen Sie, dass sich in jedem Netzwerk  $N = (V, E, s, t, c)$  ein maximaler Fluss durch eine Folge von Flüssen  $f_1, \dots, f_k$  durch  $k \leq m = |E|$  Zunahmepfade  $P_i$  konstruieren lässt, die nur Kanten  $e \in E$  enthalten.

### Aufgabe 27

*mündlich*

Sei  $N = (V, E, s, t, c)$  ein Netzwerk mit maximalem Flusswert  $F_0$ . Es sei bekannt, dass sich der maximale Flusswert  $F_0$  von  $N$  auf den Wert  $F_1 = F_0 + a$  erhöht, wenn die Kapazität jeder Kante  $e \in E$  um 1 erhöht wird.

(a) Wie groß ist  $F_0$ , wenn  $a = 0$  ist?

(a) Auf welchen Wert steigt der maximale Flusswert  $F_i$  von  $N_i$  mindestens, wenn  $N_i = (V, E, s, t, c_i)$  aus  $N$  durch Erhöhen der Kapazitäten aller Kanten  $e \in E$  um den Wert  $i \geq 1$  entsteht?

c) Auf welchen Wert steigt  $F_i$  höchstens?

### Aufgabe 28

*mündlich*

Sei  $f$  ein maximaler Fluss in einem Netzwerk  $N$  und  $e$  eine Kante in  $N$ . Entwerfen Sie einen effizienten Algorithmus, der aus  $f$  einen maximalen Fluss  $f'$  im Netzwerk  $N'$  berechnet, das aus  $N$  durch

- (a) Erhöhen der Kapazität von  $e$  um 1
- (b) Erniedrigen der Kapazität von  $e$  um 1

entsteht.

**Aufgabe 29** Gegeben ist folgendes Netzwerk  $N$ .

**10 Punkte**

- (a) Bestimmen Sie mit Ford-Fulkerson einen maximalen Fluss  $f$  in  $N$ .
- (b) Welche Kapazität hat der Schnitt  $S = \{s, a, b, c\}$ ?
- (c) Hat  $S$  eine minimale Kapazität unter allen  $s$ - $t$ -Schnitten durch  $N$ ? Begründen Sie.

