

Übungsblatt 5

Besprechung der mündlichen Aufgaben ab 23. 11. 2023
Abgabe der schriftlichen Lösungen bis 30. 11. 2023, 13:00 Uhr

Aufgabe 19

mündlich

Geben Sie für $k = 0, 1, 2, 3$ einen Multigraphen G_k mit 3 Knoten, Maximalgrad 6 und Vielfachheit 3 an, für den $\chi'(G_k) = 6 + k$ ist.

Aufgabe 20

mündlich

Zeigen Sie, dass $\chi'(C_{n,v}) = \frac{2n}{n-1}v$ für jeden Multi-Kreis $C_{n,v}$ mit ungerader Länge n und (uniformer) Vielfachheit $v = (n - 1)/2$ gilt.

Aufgabe 21

mündlich

Beschreiben Sie folgende Aufgabe als ein Graphproblem:

Zwischen n Stationen sollen mehrere Datenpakete versendet werden. Jede Station kann pro Zeiteinheit höchstens ein Paket senden oder empfangen (aber nicht beides gleichzeitig). Berechnen Sie einen Zeitplan für den Versand aller Datenpakete, falls Station i insgesamt p_{ij} Pakete an Station j senden möchte. Dabei soll die Gesamtdauer und die Anzahl von gleichzeitig aktiven Datenleitungen minimiert werden.

Hinweis: Benutzen Sie Aufgabe 24.

Aufgabe 22

mündlich

Zeigen Sie für einen beliebigen Multigraphen $G = (V, E)$ die Schranke $\chi'(G) \leq (3/2)\Delta(G)$ (Satz von Shannon).

Hinweis: Nehmen Sie an, dass $G = (V, E)$ ein Multigraph mit $k = \chi'(G) > (3/2)\Delta(G)$ ist und $\chi'(G - e) = k - 1$ für alle Kanten $e \in E$ gilt. Folgern Sie hieraus die Ungleichungen $\Delta(G) < 2(k - \Delta(G)) \leq k - v(G)$, die im Widerspruch zu $\chi'(G) \leq \Delta(G) + v(G)$ (Satz von Vizing für Multigraphen) stehen.

Aufgabe 23

mündlich

Zeigen Sie, dass $\chi'(G) = \Delta(G)$ für jeden bipartiten Multigraphen G gilt (Satz von König).

Aufgabe 24

10 Punkte

Zeigen Sie für einen beliebigen Multigraphen $G = (V, E)$, dass sich E in $k = \chi'(G)$ Matchings M_1, \dots, M_k von G zerlegen lässt, so dass $|M_i| - |M_j| \in \{-1, 0, 1\}$ für alle i, j gilt.