

Übungsblatt 3

Besprechung der mündlichen Aufgaben ab 9. 11. 2023

Abgabe der schriftlichen Lösungen bis 16. 11. 2023, 13:00 Uhr

Aufgabe 11 Beschreiben Sie folgende Aufgabenstellungen als Graphprobleme: **mündlich**

- Wie lange muss eine Tagung mindestens dauern, wenn pro Vortrag eine Stunde veranschlagt wird und jeder Teilnehmer mit seiner Anmeldung eine Liste aller ihn interessierenden Vorträge einsendet?
- Wieviele Wochenstunden muss ein Stundenplan umfassen, wenn Lehrer L_i in Klasse K_j pro Woche n_{ij} Stunden unterrichten soll?

Aufgabe 12 Sei $G = (V, E)$ ein Graph. Zeigen Sie: **mündlich**

- G hat mindestens $\chi(G)$ Knoten u vom Grad $\deg(u) \geq \chi(G) - 1$.
- Sei d der maximale Minimalgrad $\delta(U)$ aller induzierten Untergraphen U von G . Dann gilt $\chi(G) \leq d + 1$.
- Es gilt $\chi(G)\chi(\overline{G}) \geq n$.
- Für $e = \{u, v\} \in \binom{V}{2} \setminus E$ gilt $\chi(G) = \min\{\chi(G_{uv}), \chi(G \cup e)\}$ und daher $|\chi(G_{uv}) - \chi(G \cup e)| \leq 1$.

Aufgabe 13 **mündlich**

Finden Sie effiziente Algorithmen, die folgende Graphklassen erkennen und jeden Graphen G der Klasse mit $\chi(G)$ Farben färben.

- Die Klasse der K_3 -freien Graphen.
- Die Klasse der $K_{1,3}$ -freien Graphen.

Aufgabe 14

10 Punkte

Für jeden Job $j = 1, \dots, n$ ist ein Zeitintervall $I_j = [a_j, b_j]$ vorgegeben, das den Startzeitpunkt $a_j \in \mathbb{N}$ und den Endzeitpunkt $b_j \in \mathbb{N}$ für diesen Job angibt.

- Beschreiben Sie folgende Aufgabenstellung als ein Graphfärbungsproblem: Wieviele Arbeiter werden benötigt, um alle Jobs zu erledigen, wenn kein Arbeiter gleichzeitig an mehreren Jobs arbeiten kann?
- Finden Sie einen effizienten Algorithmus, der eine Verteilung aller Jobs auf eine minimale Anzahl k von Arbeitern berechnet. Der Algorithmus soll zudem einen Zeitpunkt z ausgeben, zu dem k Jobs aktiv sind.

Hinweis: Überlegen Sie, wie sich für den Intervallgraphen $G = (V, E)$ mit $V = \{1, \dots, n\}$ und $E = \{\{j, k\} \mid j \neq k \wedge I_j \cap I_k \neq \emptyset\}$ eine PEO erhalten lässt.