

Übungsblatt 11

*Besprechung der mündlichen Aufgaben am 17.–20. 1. 2023
Bearbeitung des Moodle-MC-Tests bis 17. 1. 2023, 8:00 Uhr
Abgabe der schriftlichen Lösungen bis 24. 1. 2023, 23:59 Uhr*

Aufgabe 65

9 Punkte

Lokalisieren Sie folgende Sprachen möglichst exakt innerhalb der Chomsky-Hierarchie, d.h. geben Sie ohne Begründung jeweils das größte $i \in \{0, 1, 2, 3\}$ an, sodass die Sprache L_j ($1 \leq j \leq 7$) eine Typ- i -Sprache ist.

- (a) $L_1 = \{a^n b^n a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$,
- (b) $L_2 = \{a^{\lfloor \sqrt{n} \rfloor} \mid n \geq 0\}$ ($\lfloor r \rfloor = \max \{m \in \mathbb{N} \mid m \leq r\}$ für $r \in \mathbb{R}$),
- (c) $L_3 = \{(ab)^n a^m b^n \mid 1 \leq n < m\}$,
- (d) $L_4 = \{a^{|w|} b^{|w|} \mid w \in L_1\}$,
- (e) $L_5 = \{xyx^R \mid x, y \in \{a, b\}^+, |x| \leq |y|\}$,
- (f) $L_6 = \{xyx^R \mid x, y \in \{a, b\}^+, |x| \geq |y|\}$,
- (g) $L_7 = \{u.v.w.x \mid u.v.w.x \text{ ist gültige IPv4-Adresse, } u, v, w, x \in \{i \mid 0 \leq i \leq 9\}^*\}$.

Aufgabe 66

mündlich

Sei $N = (\{z, z', e\}, \{0, 1\}, \{0, 1, \sqcup\}, \delta, z, \{e\})$ eine NTM mit

$$\begin{array}{lll} z0 \rightarrow z'1R, & z0 \rightarrow z'0R, & z1 \rightarrow z'1R, & z\sqcup \rightarrow e\sqcup L, \\ \delta: z'0 \rightarrow z0R, & z'1 \rightarrow z1R, & z'\sqcup \rightarrow e\sqcup L, & \\ e1 \rightarrow e1L, & & & \end{array}$$

- (a) Geben Sie zwei mögliche Rechnungen (Konfigurationenfolgen) von $N(0001)$ (d.h. N bei Eingabe 0001) an, die sich nicht fortsetzen lassen, für deren letzte Konfiguration es also keine Folgekonfiguration gibt.
- (b) Beschreiben Sie informell das Verhalten von N , wenn N in der Konfiguration $00zw$ mit $w \in \{0, 1\}^*$ gestartet wird.
- (c) Welche Sprache $L(N)$ erkennt N ?

Aufgabe 67 Gegeben sei die Sprache $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 1\}$.

mündlich

Geben Sie eine 1-DTM M für L an, die außer den Eingabefeldern nur das erste Blank hinter der Eingabe besucht, und erläutern Sie Ihre Konstruktion. Welche Änderungen sind nötig, um aus M einen DLBA für L zu konstruieren?

Aufgabe 68 Gegeben sei die Sprache $L = \{ww \mid w \in \{a, b\}^*\}$.

9 Punkte

Geben Sie eine 1-NTM für L an, die außer den Eingabefeldern nur das erste Blank hinter der Eingabe besucht, und erläutern Sie Ihre Konstruktion.

Aufgabe 69 Sei $G = (V, \Sigma, P, S)$ eine kontextsensitive Grammatik. **12 Punkte**
 Bezeichne T_m^n die Menge der Satzformen bis zur Länge n , die sich in höchstens m Schritten aus dem Startsymbol S ableiten lassen.

- (a) Zeigen Sie, dass falls $T_m^n = T_{m+1}^n$ gilt, auch $\Sigma^n \cap L(G) = T_m^n \cap \Sigma^n$ gilt, d.h. T_m^n enthält dann bereits alle Wörter der Länge n aus $L(G)$. (2 Punkte)
- (b) Sei \hat{m} das kleinste m , für das $T_m^n = T_{m+1}^n$ gilt und weiter sei $s = \|V\| + \|\Sigma\|$.
 Zeigen Sie: $\hat{m} \leq \sum_{i=1}^n s^i \leq (s+1)^n$. (2 Punkte)
- (c) Geben Sie für $m \geq 0$ die Mengen T_m^6 in alphabetisch sortierter Reihenfolge an (z.B. $\{aaBabb, aBabbb, abbabC, \dots\}$) für die Grammatik $G = (V, \{a, b\}, P, A)$ mit $V = \{A, B, C\}$ und folgenden Regeln an:

$$\begin{array}{ll}
 P: A \rightarrow BabC & (1) \quad Ba \rightarrow Cba, aBa \quad (2, 3) \\
 \quad bCB \rightarrow aCb & (4) \quad C \rightarrow b \quad (5) \\
 \quad bC \rightarrow BbCa, bCb & (6, 7) \quad (5 \text{ Punkte})
 \end{array}$$

- (d) Beschreiben Sie informell einen Algorithmus, der folgendes Problem löst und begründen Sie kurz, warum dieser immer terminiert.

WORTPROBLEM FÜR KONTEXTSENSITIVE GRAMMATIKEN

Gegeben: Eine kontextsensitive Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$
 und ein Wort $x \in \Sigma^*$

Gefragt: Ist x in $L(G)$? (3 Punkte)

Aufgabe 70 Zeigen Sie: **mündlich**

- (a) Für jeden LBA (DLBA) M existiert ein LBA (DLBA) M' mit $L(M) = L(M')$, für den keine unendlich langen Rechnungen existieren.
- (b) DCSL und CSL sind abgeschlossen unter: \cup , \cap , Produkt, Sternhülle
- (c) DCSL = co-DCSL. (*Bemerkung:* Es gilt auch CSL = co-CSL.)

Hinweis: Nutzen Sie, dass für jede k -NTM, die für ein c bei Eingaben der Länge n maximal $cn + c$ Bandfelder benutzt, ein LBA existiert, der dieselbe Sprache erkennt.

Aufgabe 71 Sei $G = (V, \Sigma, P, S)$ eine CNF-Grammatik. **mündlich**

Konstruieren Sie aus G eine 3-DTM M mit $L(M) = L(G)$, die für ein festes $c \in \mathbb{N}$ höchstens $cn + c$ Bandfelder besucht, wenn ihre Eingabe Länge n hat. Es genügt, wenn Sie M beschreiben, Sie müssen nicht die Überföhrungsfunktion angeben.

Hinweis: M sollte bei Eingabe x der Länge n für alle $x' \in L(G) \cap \Sigma^n$ alle Satzformen mindestens einer Ableitung für x' betrachten, um zu prüfen, ob x unter den x' ist.

Bemerkung: Weil jede k -DTM, die für ein c bei Eingaben der Länge n maximal $cn + c$ Bandfelder benutzt, ein DLBA existiert, der dieselbe Sprache erkennt, zeigt diese Aufgabe, dass CFL in der Sprachklasse DCSL enthalten ist. Da L aus **Aufgabe 67** nicht kontextfrei ist, gilt damit $\text{CFL} \not\subseteq \text{DCSL}$.