

Übungsblatt 10

*Besprechung der mündlichen Aufgaben am 10.–13. 1. 2023
Bearbeitung des Moodle-MC-Tests bis 10. 1. 2023, 8:00 Uhr
Abgabe der schriftlichen Lösungen bis 17. 1. 2023, 23:59 Uhr*

Aufgabe 58 Sei $L = \{a^i b^j c^k d^l \mid i = 0 \text{ oder } j = k = l\}$. **mündlich**

- (a) Beschreiben Sie, wie sich eine kontextfreie Grammatik für $\{ab^n c^n d^n \mid n \geq 0\}$ in eine für $\{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$ umbauen ließe und folgern Sie: $\{ab^n c^n d^n \mid n \geq 0\} \notin \text{CFL}$.
- (b) Zeigen Sie, wie man aus einem beliebigen PDA M_A und einem beliebigen DFA M_B einen PDA M für die Sprache $A \cap B$ konstruiert, wobei $A = L(M_A)$ und $B = L(M_B)$.
- (c) Zeigen Sie, dass die Sprache L nicht kontextfrei sein kann, da sonst auch die Sprache $\{ab^n c^n d^n \mid n \geq 0\}$ kontextfrei sein müsste.
- (d) Zeigen Sie, dass die Pumpingzahl (sogar nach beiden Pumping-Lemmata) für L den Wert eins hat.

Aufgabe 59 Betrachten Sie folgende Grammatik:

11 Punkte

$G = (V, \{a\}, P, S)$ mit $V = \{S, 2, A\}$ und P :

$$S \rightarrow 2S, A \tag{1,2}$$

$$2a \rightarrow aa2 \tag{3}$$

$$2A \rightarrow aA \tag{4}$$

$$A \rightarrow a \tag{5}$$

- (a) Welche Sprache erzeugt die Grammatik G ? *(2 Punkte)*
- (b) Geben Sie für jede der Regeln 1 bis 5 an, welche Funktion sie in der Grammatik hat. *(4 Punkte)*
- (c) Ist $L(G) \in \text{CFL}$? Begründen Sie kurz. *(2 Punkte)*
- (d) Geben Sie eine kontextsensitive Grammatik für $\{a^{3^n+1} \mid n \in \mathbb{N}\}$ an. *(3 Punkte)*

Aufgabe 60*mündlich*

Sei $M = (\{p, q\}, \{a, b\}, \{\#\}, p, \delta, \#)$, wobei δ wie folgt definiert ist:

$$pa\# \rightarrow p\#\# \quad (1) \qquad qb\# \rightarrow q\varepsilon \quad (4)$$

$$pa\# \rightarrow q\varepsilon \quad (2) \qquad q\varepsilon\# \rightarrow q\varepsilon \quad (5)$$

$$pa\# \rightarrow p\# \quad (3)$$

- (a) Begründen Sie kurz, warum $L(M) = \{a^n b^m \mid n > m \geq 0\}$ gilt.
 (b) Konstruieren Sie nach dem Verfahren aus der Vorlesung aus M einen äquivalenten PDA M' mit nur einem Zustand.
 (c) Konstruieren Sie aus M' eine äquivalente kontextfreie Grammatik. Verwenden Sie das Verfahren aus der Vorlesung.

Aufgabe 61 Gegeben sei der PDA $M = (Z, \Sigma, \Gamma, \delta, q, \#)$ **8+2 Punkte**

mit $Z = \{p, q\}$, $\Sigma = \{a, b, c\}$, $\Gamma = \{A, B, \#\}$ und der Überföhrungsfunktion

$$\begin{array}{llll} \delta : qa\# \rightarrow qAA\# & (1) & qaA \rightarrow qAA & (2) & qbA \rightarrow p & (3) & p\varepsilon\# \rightarrow p & (4) \\ pbA \rightarrow p & (5) & pb\# \rightarrow pB\# & (6) & pbB \rightarrow pBB & (7) & pcB \rightarrow p & (8) \end{array}$$

- (a) Konstruieren Sie zu M eine äquivalente kontextfreie Grammatik G nach den Verfahren aus der Vorlesung. Sie müssen nur G selbst angeben, nicht den zu M äquivalenten PDA mit nur einem Zustand. *(8 Punkte)*
 (b) Geben Sie eine explizite Beschreibung für $L(M)$ an. *(2 Zusatzpunkte)*

Aufgabe 62 Betrachten Sie folgende Sprache:*mündlich*

$$L = \{w \in \{a, b\}^* \mid \#_a(w) = 2\#_b(w)\}$$

Geben Sie einen PDA M für L an.

Aufgabe 63 Betrachten Sie folgende Sprache:**6 Punkte**

$$L = \{a^n b^m c^m \mid n, m \geq 0\}$$

Geben Sie einen PDA M für L an.

Aufgabe 64**5 Punkte**

- (a) Zeigen Sie, dass Kellerautomaten, die über Endzustände akzeptieren (FS-PDAs), genau dieselben Sprachen akzeptieren, wie PDAs (diese akzeptieren durch Leeren des Kellers). *(mündlich)*

Bemerkung: Dies impliziert $DCFL \subseteq CFL$.

- (b) Zeigen Sie, dass deterministische PDAs (diese akzeptieren durch Leeren des Kellers) genau die präfixfreien Sprachen in DCFL charakterisieren. *(5 Punkte)*