

Übungsblatt 3

*Besprechung der mündlichen Aufgaben am 8.–11. 11. 2022
 Bearbeitung des Moodle-MC-Tests bis 8. 11. 2022, 8:00 Uhr
 Abgabe der schriftlichen Lösungen bis 15. 11. 2022, 23:59 Uhr*

Aufgabe 16

mündlich

Zeigen Sie für beliebige reguläre Ausdrücke α, β, γ :

- $L(\alpha\beta|\alpha\gamma) = L(\alpha(\beta|\gamma))$,
- $\varepsilon \in L(\beta) \Rightarrow L((\alpha^*\beta)^*) = L((\alpha|\beta)^*)$,
- $L(\alpha) \subseteq L(\beta) \Rightarrow L(\alpha|\beta) = L(\beta)$,
- $L(\alpha^*) \subseteq L(\beta^*) \Rightarrow L(\alpha^*\beta^*) = L(\beta^*)$.

Aufgabe 17

mündlich

Versuchen Sie möglichst einfache zu folgenden regulären Ausdrücken äquivalente reguläre Ausdrücke zu finden.

- $\gamma_1 = (abbb)^*(ab|(a|b)b)^*$,
- $\gamma_2 = (((bbbab|bbbb)^*(b^*b^*))^*)^*$,
- $\gamma_3 = (a|ab)b|(a|ab)(bb|\epsilon)$.

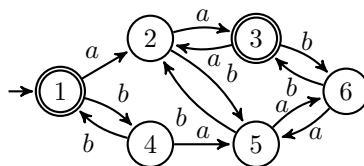
Aufgabe 18

4 Punkte

Gegeben sei nebenstehender DFA.

Geben Sie möglichst einfache reguläre Ausdrücke für die folgenden Sprachen an.

- $L_{1,2}^0, L_{2,1}^6, L_{2,5}^4$, *(mündlich)*
- $L_{2,3}^5$ und $L_{1,3}^5$. *(4 Punkte)*



Aufgabe 19

8 Punkte

Sei $A \subseteq \Sigma^*$ eine beliebige Sprache. Wir definieren dazu die Sprache $\text{insert}(A, \Sigma) = \{x_1 \dots x_n \in \Sigma^* \mid \exists i : x_1 \dots x_{i-1} x_{i+1} \dots x_n \in A\}$ (die Wörter aus $\text{insert}(A, \Sigma)$ entsprechen jenen aus A mit einem zusätzlich eingefügtem Zeichen).

- Zeigen Sie: $A \in \text{REG} \Rightarrow \text{insert}(A, \Sigma) \in \text{REG}$. *(mündlich)*
- Geben Sie für die Sprachen $B = L((a|b)^*bba(a|b)^*)$ und $\text{insert}(B, \{a, b\})$ jeweils einen NFA an. Nutzen Sie für letzteren die Konstruktion aus a). *(8 Punkte)*

Aufgabe 20*mündlich*

Beschreiben Sie umgangssprachlich die folgenden Relationen auf der Menge aller Menschen. Dabei bezeichne R_1 die Relation „ist verheiratet mit“, R_2 die Relation „ist Mutter von“ und R_3 die Relation „ist Kind von“.

- (a) $R_1 \circ R_2$,
- (b) $R_2 \circ R_1$,
- (c) $R_2 \circ R_3$,
- (d) $R_3 \circ R_2$,
- (e) $R_2 \circ R_1 \circ R_3$.

Aufgabe 21**10 Punkte**

Betrachten Sie ein Haus mit einer Ihnen unbekanntem endlichen Anzahl von Etagen (mindestens 2). Auf jeder Etage gibt es genau zwei Wohnungen (eine links, eine rechts) und außer auf der untersten Etage liegt direkt unter jeder Wohnung genau eine weitere. Alle Wohnungen sind bewohnt, niemand bewohnt 2 Wohnungen. Bezeichne U die Relation „wohnt direkt unter“ und N die Relation „wohnt auf derselben Etage gegenüber“. Ordnen Sie den Beziehungen a) - c) eine oder mehrere der folgenden Relationen zu, wobei die zugeordneten Relationen **genau** der Beschreibung entsprechen sollen (nicht nur einer Ober- oder Teilmenge):

$$\bigcup_{i=1}^{\infty} N \circ U^i \cup \bigcup_{i=1}^{\infty} U^i, \quad N \circ N, \quad N \cup (U \circ U^{-1}) \cup (U^{-1} \circ U), \quad (U \circ U^{-1}) \cup (U^{-1} \circ U), \\ N \cup (N \circ N^{-1}), \quad (N \cup N^2) \circ \bigcup_{i=1}^{\infty} U^i, \quad (U \circ N \circ U^{-1} \circ N) \cup (U^{-1} \circ N \circ U \circ N), \quad \bigcup_{i=1}^{\infty} N^i.$$

- (a) „wohnt in derselben Wohnung wie“
- (b) „wohnt auf derselben Etage wie“
- (c) „wohnt auf niedrigerer Etage als“

Geben Sie je **zwei** Möglichkeiten an, folgende Beziehungen mit den Relationen U und N und den oben genutzten Operationen auszudrücken:

- (d) „wohnt schräg unter“ (1 Etage tiefer)
- (e) „wohnt auf derselben Seite wie“

Formulieren Sie folgende Aussagen umgangssprachlich:

- (f) $(\text{Jana}, \text{Jana}) \in N^2 \wedge \forall x : (x, \text{Jana}) \notin U$.
- (g) $\exists x : ((\text{Alice}, x) \in N \wedge (x, \text{Bob}) \notin N)$

Aufgabe 22 Sei $V = \{1, \dots, 5\}$ und R folgende Relation auf V

8 Punkte

$$R = \{(1, 1), (1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 1), (4, 2), (5, 4)\}$$

- (a) Welche Eigenschaften (reflexiv, irreflexiv, symmetrisch, asymmetrisch, antisymmetrisch, transitiv) hat diese Relation? Begründen Sie jeweils. (3 Punkte)
- (b) Geben Sie die Relationen R^2 , $\bigcup_{i=0}^3 R^i$ und $\bigcap_{i=0}^3 R^i$ an. (3 Punkte)

Geben Sie jeweils eine kleinstmögliche Relation auf V an, die

- (c) reflexiv und symmetrisch, aber nicht transitiv (1 Punkt)
- (d) symmetrisch und transitiv, aber nicht reflexiv (1 Punkt)

ist und beweisen Sie, dass Ihre Relationen kleinstmöglich sind.