Übungsblatt 14

Abgabe der schriftlichen Lösungen bis 16. Februar 2022, 24:00 Uhr

Aufgabe 60 ***mündlich***

Zeigen Sie, dass MA-Protokolle mit der PZK-Eigenschaft nur Sprachen in BPP entscheiden können.

Aufgabe 61 ***mündlich***

Zeigen Sie, dass die Varianz für *paarweise* stochastisch unabhängige diskrete Zufallsvariablen $X_1, \ldots, X_n$ additiv ist, d.h. $Var(\sum_{i=1}^n X_i) = \sum_{i=1}^n Var(X_i)$.

Aufgabe 62 ***mündlich***

Seien P und P' (funktionale) Promise-Probleme. P ist auf P' ***Turing-reduzierbar*** (kurz $P \leq_T^p P'$), wenn es eine P-OTM (bzw. FP-OTM, falls P ein funktionales Promise-Problem ist) M gibt, die relativ zu jeder Lösung von P' eine Lösung für P berechnet. Zeigen Sie für die vier Promise-Probleme P_1, P_2, P_1', P_2' aus der Vorlesung:

(a) $P_1 \equiv_T^p P_2$ (d.h. es gilt $P_1 \leq_T^p P_2$ und $P_2 \leq_T^p P_1$) sowie $P_1' \equiv_T^p P_2'$

(b) GI $\equiv_T^p P_2$ und GA $\equiv_T^p P_2'$

Aufgabe 63 ***mündlich***

Sei #Clique die Funktion, die für einen Eingabegraphen G und eine Zahl $k \geq 1$ die Anzahl aller Cliquen der Größe mindestens k in G bestimmt. Die Funktion #IS sei analog definiert. Zeigen Sie folgende Reduktionen:

(a) #BPM $\leq_{par}$ #IS $\equiv_{par}$ #Clique

(b) #BPM $\leq_T^p$ #BM (d.h. #BPM $\in \mathsf{FP}^{\#\mathrm{BM}}$), wobei #BM($G$) die Anzahl aller Matchings in einem bipartiten Graphen G ist

(c) #BM $\leq_{par}$ #2-MonSat, wobei #2-MonSat(F) die Anzahl aller erfüllenden Belegungen für eine monotone 2-KNF-Formel F ist.

Aufgabe 64 ***mündlich***

Sei #L die Funktionenklasse $\{\#M \mid M \text{ ist eine NL-TM}\}$. Zeigen Sie:

(a) Das Problem, für einen azyklischen Digraphen G mit Knotenmenge $V = \{1, \ldots, n\}$ die Anzahl der Pfade von 1 nach n zu bestimmen, ist #L-vollständig unter logspace parsimonious Reduktionen $\leq_{par}$.

(b) Es gilt $\#\mathsf{L} \subseteq \mathsf{FP} \subseteq \# \cdot \mathsf{L} = \#\mathsf{P}$.

Aufgabe 65 ***10 Zusatzpunkte***

Berechnen Sie für folgenden Graphen G die Anzahl #GA(G) seiner Automorphismen sowie eine Generatorenmenge für seine Automorphismengruppe $Aut(G)$: