

## Übungsblatt 9

Abgabe der schriftlichen Lösungen bis 12. Januar 2022, 24:00 Uhr

### Aufgabe 39

*mündlich*

Sei  $B$  eine  $(k, q)$ -balancierte Sprache.  $B$  heißt *schwach einseitig*, falls für ein Polynom  $p(n) \geq 1$  und alle  $x, |x| = n$ ,

$$\Pr_{y \in_R \Gamma_k^{q(n)}} [x \# y \in B] \text{ nicht im Intervall } (0, 1/p(n))$$

ist, und *schwach zweiseitig*, falls

$$|\Pr_{y \in_R \Gamma_k^{q(n)}} [x \# y \in B] - 1/2| \geq 1/p(n)$$

ist. Weiter sei

$$R' \cdot \mathcal{C} = \{\exists^p B \mid B \in \mathcal{C} \text{ ist schwach einseitig}\}$$

und

$$BP' \cdot \mathcal{C} = \{\exists^{\geq 1/2} B \mid B \in \mathcal{C} \text{ ist schwach zweiseitig}\}.$$

Zeigen Sie, dass  $BP' \cdot \mathcal{C} = BP \cdot \mathcal{C}$  (bzw.  $R' \cdot \mathcal{C} = R \cdot \mathcal{C}$ ) ist, falls  $\mathcal{C}$  unter majority- (bzw. disjunktiven) Reduktionen abgeschlossen ist.

### Aufgabe 40

*mündlich*

Sei  $\mathcal{C}$  eine Sprachklasse. Zeigen Sie:

- Falls  $\mathcal{C}$  unter majority-Reduktionen abgeschlossen ist, dann auch unter disjunktiven Reduktionen.
- Falls  $\mathcal{C}$  unter disjunktiven Reduktionen abgeschlossen ist, dann ist  $R \cdot \mathcal{C}$  unter dem R-Operator abgeschlossen, d.h.  $R \cdot R \cdot \mathcal{C} = R \cdot \mathcal{C}$ .

### Aufgabe 41

*10 Punkte*

Sei  $\mathcal{C}$  eine Sprachklasse, die unter  $\leq_m^{\log}$ -Reduktionen abgeschlossen ist. Zeigen Sie:

- $\oplus \cdot \mathcal{C}$  ist unter dem  $\oplus$ -Operator abgeschlossen, d.h.  $\oplus \cdot \oplus \cdot \mathcal{C} = \oplus \cdot \mathcal{C}$
- $\exists^p \cdot \mathcal{C}$  ist unter dem  $\exists^p$ -Operator abgeschlossen, d.h.  $\exists^p \cdot \exists^p \cdot \mathcal{C} = \exists^p \cdot \mathcal{C}$
- $\forall^p \cdot \mathcal{C}$  ist unter dem  $\forall^p$ -Operator abgeschlossen, d.h.  $\forall^p \cdot \forall^p \cdot \mathcal{C} = \forall^p \cdot \mathcal{C}$