

## Übungsblatt 12

*Besprechung der mündlichen Aufgaben am 9.–12. 2. 2021  
Bearbeitung des Moodle-MC-Tests bis 8. 2. 2021, 23:59 Uhr  
Abgabe der schriftlichen Lösungen bis 16. 2. 2021, 23:59 Uhr*

### Aufgabe 75

*mündlich*

Zeigen Sie folgende Aussagen, wobei ihre Konstruktionen so zu wählen sind, dass aus einer DTM stets eine DTM konstruiert wird (d.h. keinen neuen Nichtdeterminismus hinzufügen). Es genügt, wenn Sie Konstruktionen informell angeben (z.B. „füge weiteres Band hinzu“).

- Für jede  $k$ -NTM  $M$ , die für jede Eingabe  $x$  höchstens  $c + c|x|$  Bandfelder besucht (d.h.  $|u_1 a_1 v_1 \dots u_k a_k v_k| \leq c + c|x|$ ), gibt es ein  $k'$  und eine  $k'$ -NTM  $M'$  mit  $L(M) = L(M')$ , sodass  $M'$  bei Eingabe  $x$  auf keinem Band mehr als  $|x| + 1$  Felder besucht und auf keinem Band öfter nach links als nach rechts geht.
- Für jede  $k$ -NTM  $M$ , die bei Eingabe  $x$  auf keinem Band mehr als  $|x| + 1$  Felder besucht und auf keinem Band öfter nach links als nach rechts geht, existiert eine  $k$ -NTM  $M'$  mit  $L(M) = L(M')$ , die auf dem Eingabeband außer der Eingabe nur das erste Feld hinter dieser besucht und auf allen Bändern dieselbe Kopfbewegung ausführt.
- Für jede  $k$ -NTM  $M$ , die auf dem Eingabeband außer der Eingabe nur das erste Feld hinter dieser besucht und auf allen Bändern dieselbe Kopfbewegung ausführt, existiert eine 1-NTM  $M'$  mit  $L(M) = L(M')$ , die außer der Eingabe nur das erste Feld hinter dieser besucht.
- Für jede 1-NTM  $M$ , die außer der Eingabe nur das erste Feld hinter dieser besucht, existiert ein LBA  $M'$  mit  $L(M) = L(M')$ .

### Aufgabe 76 Zeigen Sie:

**5 Punkte**

- Für jeden LBA (DLBA)  $M$  existiert ein LBA (DLBA)  $M'$  mit  $L(M) = L(M')$ , für den keine unendlich langen Rechnungen existieren. (*mündlich*)
- DCSL und CSL sind abgeschlossen unter:  $\cup$ ,  $\cap$ , Produkt, Sternhülle (*mündlich*)
- DCSL = co-DCSL. (*Bemerkung: Es gilt auch CSL = co-CSL.*) (**5 Punkte**)

*Hinweis:* Nutzen Sie **Aufgabe 75**.

### Aufgabe 77 Zeigen Sie die Äquivalenz folgender Aussagen:

*mündlich*

- $A$  ist vom Typ 0,
- $A$  wird von einer 1-NTM akzeptiert.

**Aufgabe 78****8 Punkte**

Konstruieren (und erläutern) Sie eine 1-DTM, die eine Folge von Nullen und Einsen sortiert. Ausgehend von der Startkonfiguration  $q_00110010110$  soll sie in einer Konfiguration der Form  $\sqcup p0000011111\sqcup$  stoppen.

**Aufgabe 79** Zeigen Sie, dass  $\text{CSL} \not\subseteq \text{REC}$  gilt.**8 Punkte**

*Hinweis:* Betrachten Sie die Sprache  $\overline{D}$  mit

$D = \{w \in \{0, 1\}^+ \mid M_w \text{ ist eine 1-NTM, die die Eingabe } \hat{w} \text{ akzeptiert ohne dabei den Bereich der Eingabe zu verlassen}\}.$

**Aufgabe 80****9+1 Punkte**

Sei  $N$  ein LBA mit  $N = (\{p, q, r, s, t, d, e, l\}, \{a, \hat{a}, \#, \hat{\#}\}, \{a, \hat{a}, \#, \hat{\#}, \sqcup\}, \delta, p, \{e\})$  und

$$\delta: \begin{array}{llll} pa \rightarrow q\sqcup R, & qa \rightarrow qa R, & q\# \rightarrow r\# R, & r\# \rightarrow r\# R, \\ ra \rightarrow s\# R, & sa \rightarrow sa R, & s\# \rightarrow t\# R, & t\# \rightarrow t\# R, \\ ta \rightarrow l\# L, & t\hat{a} \rightarrow d\hat{a} L, & la \rightarrow la L, & l\# \rightarrow l\# L, \\ l\sqcup \rightarrow p\sqcup R, & d\# \rightarrow d\# L, & d\sqcup \rightarrow e\sqcup N. & \end{array}$$

- (a) Geben Sie die von  $N$  erkannte Sprache an. (1 Zusatzpunkt)
- (b) Wandeln Sie  $N$  mit dem Verfahren aus der Vorlesung in eine Typ-1-Grammatik  $G$  um. Sie dürfen dabei Regeln derselben Form mit Platzhaltern angeben, z.B. „ $G$  enthält  $\forall u \in \Sigma, v \in \Gamma$  die Regel ...“. (5 Punkte)
- (c) Geben Sie eine Ableitung in  $G$  für das Wort  $a\#a\#a$  an. Sie dürfen mehrere Anwendungen von Regeln, die aus derselben Anweisung von  $N$  hervorgehen, zusammenfassen (d.h.  $\Rightarrow^*$  zwischen den Satzformen). (4 Punkte)