

Übungsblatt 9

*Besprechung der mündlichen Aufgaben am 19.–22. 1. 2021
Bearbeitung des Moodle-MC-Tests bis 18. 1. 2021, 23:59 Uhr
Abgabe der schriftlichen Lösungen bis 26. 1. 2021, 23:59 Uhr*

Aufgabe 55

mündlich

Betrachten Sie die kontextfreie Grammatik $G = (\{S, A, B, C, D\}, \{a, b\}, P, S)$ in Chomsky-Normalform mit

$$\begin{array}{lll} P: S \rightarrow CB & A \rightarrow a & B \rightarrow BB, b \\ C \rightarrow AB, DB & D \rightarrow AC & \end{array}$$

- Geben Sie ohne Begründung für jedes der Wörter b , ab , bba und abb an, ob sie in $L(G)$ enthalten sind.
- Geben Sie einen Syntaxbaum, eine Linksableitung und eine Rechtsableitung in G für das Wort $aabbb$ an.
- Geben Sie eine explizite Beschreibung der Sprache $L(G)$ an.
- Ist G eindeutig? Begründen Sie.

Aufgabe 56

11 Punkte

Sei $G = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, P, S)$ eine Grammatik mit den Regeln

$$P: S \rightarrow aB, bA \quad A \rightarrow a, aS, bAA \quad B \rightarrow b, bS, aBB.$$

- Geben Sie eine explizite Beschreibung für $L(G)$ an. *(1 Punkt)*
- Konstruieren Sie aus G einen PDA M mit dem Verfahren aus der Vorlesung. *(3 Punkte)*
- Geben Sie alle Satzformen α von G der Länge $|\alpha| \leq 4$ an. *(3 Punkte)*
- Zeigen Sie $aabbab \in L(G)$, indem Sie eine Links-, eine Rechtsableitung und einen Syntaxbaum sowie eine akzeptierende Rechnung von M für w angeben. *(3 Punkte)*
- Ist G mehrdeutig? Begründen Sie kurz. *(1 Punkt)*

Aufgabe 57*mündlich*

Sei $G = (V, \Sigma, P, S)$ eine kontextfreie Grammatik und weiter sei $S \Rightarrow \dots \Rightarrow \alpha_i \Rightarrow \dots \alpha_m$ eine Ableitung und T_0, \dots, T_m die dazu gehörenden Syntaxbäume.

- Wie viele Blätter und innere Knoten (d.h. alles außer Blättern) hat T_m , falls ε Knoten von T_m mit ε markiert sind?
- Wie ist groß die Anzahl der inneren Knoten in Abhängigkeit von $|\alpha_m|$, falls G in CNF ist und $\alpha_m \in V^*$ ist? Begründen Sie.
- Erklären Sie kurz für jeden der letzten drei Umwandlungsschritte in CNF, (alle außer dem Ersetzen der Terminale) welche Auswirkung das Auslassen des jeweiligen Schritts auf den Beweis des Pumping-Lemmas für kontextfreie Sprachen hätte.

Aufgabe 58*mündlich*

Betrachten Sie die kontextfreie Grammatik $G = (\{S, A, B, C\}, \{a, b\}, P, S)$ mit den Produktionen $P: S \rightarrow AB, AC; A \rightarrow AA, a; C \rightarrow SB; B \rightarrow a, b$.

- Geben Sie eine explizite Beschreibung von $L(G)$ an.
- Testen Sie mit dem CYK-Algorithmus, ob $x = aabbb$ in $L(G)$ ist.

Aufgabe 59 Es sei die Grammatik $G = (\{S, L, R\}, \{d, b\}, P, S)$ **8 Punkte**

mit den Regeln $P: S \rightarrow LR, SS, d; L \rightarrow d; R \rightarrow SR, b$ gegeben.

- Geben Sie eine explizite Beschreibung für $L(G)$ an. (1 Punkt)
(Hinweis: Betrachten Sie zunächst die Produktionsmenge $P' = P \setminus \{S \rightarrow d\}$.)
- Wenden Sie den CYK-Algorithmus an, um die Zugehörigkeit von $ddddbb = d^4b^2$ zu $L(G)$ zu testen. (7 Punkte)

Aufgabe 60 Sei $L = \{a^i b^j c^k d^l \mid i = 0 \text{ oder } j = k = l\}$.*mündlich*

- Beschreiben Sie, wie sich eine kontextfreie Grammatik für $\{ab^n c^n d^n \mid n \geq 0\}$ in eine für $\{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$ umbauen ließe und folgern Sie: $\{ab^n c^n d^n \mid n \geq 0\} \notin \text{CFL}$.
- Zeigen Sie, wie man aus einem beliebigen PDA M_A und einem beliebigen DFA M_B einen PDA M für die Sprache $A \cap B$ konstruiert, wobei $A = L(M_A)$ und $B = L(M_B)$.
- alternativ: Zeigen Sie, wie man aus einer beliebigen CNF-Grammatik G_A und einem beliebigen DFA M_B eine CNF-Grammatik G für die Sprache $A \cap B$ konstruiert, wobei $A = L(M_A)$ und $B = L(M_B)$.

Bemerkung: Mit der Umformung einer beliebigen kontextfreien Grammatik in eine in CNF folgt die Aussage auch für beliebige Grammatiken, wobei ggf. noch eine Regel $S \rightarrow \varepsilon$ von der Startvariable S zu ergänzen ist, falls $\varepsilon \in A \cap B$.

- Zeigen Sie, dass die Sprache L nicht kontextfrei sein kann, da sonst auch $\{ab^n c^n d^n \mid n \geq 0\}$ kontextfrei sein müsste.
- Zeigen Sie, dass die Pumpingzahl (sogar nach beiden Pumping-Lemmata) für L den Wert eins hat.

Aufgabe 61 Betrachten Sie folgende Grammatik:

11 Punkte

$G = (V, \{a\}, P, S)$ mit $V = \{S, 2, A\}$ und P :

$$S \rightarrow 2S, A \quad (1,2)$$

$$2a \rightarrow aa2 \quad (3)$$

$$2A \rightarrow aA \quad (4)$$

$$A \rightarrow a \quad (5)$$

- (a) Welche Sprache erzeugt die Grammatik G ? *(1 Punkt)*
- (b) Geben Sie für jede der Regeln 1 bis 5 an, welche Funktion sie in der Grammatik hat. *(5 Punkte)*
- (c) Ist $L(G) \in \text{CFL}$? Begründen Sie kurz. *(2 Punkte)*
- (d) Geben Sie eine kontextsensitive Grammatik für die Sprache $\{a^{3^n+1} \mid n \geq 0\}$ an. *(3 Punkte)*