

## Übungsblatt 8

*Besprechung der mündlichen Aufgaben am 12.–15. 1. 2021  
Bearbeitung des Moodle-MC-Tests bis 11. 1. 2021, 23:59 Uhr  
Abgabe der schriftlichen Lösungen bis 19. 1. 2021, 23:59 Uhr*

**Aufgabe 48** Sei  $\Sigma = \{a, b\}$ .

*mündlich*

Finden Sie Grammatiken beliebigen Typs für die Sprachen  $L_1$  und  $L_2$  über  $\Sigma$ . Begründen Sie jeweils die Korrektheit Ihrer Grammatik.

- (a)  $L_1 = \{w \in \Sigma^* \mid \text{in } w \text{ kommt } abab \text{ als Teilwort vor}\}$ ,
- (b)  $L_2 = \{w \in \Sigma^* \mid \text{in } w \text{ kommen doppelt so viele } a\text{'s wie } b\text{'s vor}\}$ .

**Aufgabe 49**

*mündlich*

Eine kontextfreie Sprache  $L$  heißt *eindeutig*, falls für  $L$  eine eindeutige kontextfreie Grammatik existiert. Betrachten Sie die folgenden beiden Sprachen:

$$L_3 = \{a^i b^j c^k \mid i \neq j \text{ und } i, j, k \geq 1\} \quad \text{und} \quad L_4 = \{a^i b^j c^k \mid j \neq k \text{ und } i, j, k \geq 1\}.$$

Geben Sie eine eindeutige Grammatik für die Sprache  $L = (L_3 \cup 0L_4)^R$  an, erläutern Sie Ihre Konstruktion und begründen Sie kurz, warum ihre Grammatik eindeutig ist.

**Aufgabe 50**

*4+5 Punkte*

- (a) Begründen Sie, warum das Komplement von  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 1\}$  kontextfrei ist. (4 Punkte)

*Hinweis:* Beschreiben Sie, wie sich die Grammatik aus **Aufgabe 49** geeignet modifizieren lässt.

- (b) Geben Sie kontextfreie Grammatiken für die Sprachen  $L = \{ww^R \mid w \in \{a, b\}^*\}$  und  $\bar{L}$  an und erläutern Sie deren Regeln. (5 Zusatzpunkte)

**Aufgabe 51** Sei  $G = (\{A, B, C, D\}, \{a\}, P, A)$  mit

*mündlich*

$$P: \quad A \rightarrow ABCCC, B \quad B \rightarrow aa, C$$

$$C \rightarrow a, A, D \quad D \rightarrow \varepsilon$$

- (a) Wandeln Sie die Grammatik  $G$  mit den Verfahren aus der Vorlesung in eine CNF-Grammatik  $G'$  für die Sprache  $L(G) \setminus \{\varepsilon\}$  um. Gehen Sie dabei in folgender Reihenfolge vor: Ersetzen der Terminale durch Nichtterminale, Auflösen von rechten Seiten mit mehr als 2 Nichtterminalen, Umwandlung in eine Grammatik für  $L(G) \setminus \{\varepsilon\}$  ohne  $\varepsilon$ -Regeln, Entfernen von Variablenumbenennungen
- (b) Welchen Nachteil für den Arbeitsaufwand hätte es, die Entfernung der  $\varepsilon$ -Regeln als ersten Schritt durchzuführen?

## Achtung: Aufgabe 52 wurde ausgetauscht!

**Aufgabe 52** Sei  $G = (\{A, B, C, D, E, F\}, \{a, b\}, P, A)$  mit **11 Punkte**

$$P: \quad A \rightarrow BAB, EFa \qquad B \rightarrow bb, D \qquad D \rightarrow a, C$$

$$C \rightarrow AB, B, ba \qquad E \rightarrow F, EE, b \qquad F \rightarrow CF, a$$

Wandeln Sie die Grammatik  $G$  mit dem Verfahren aus der Vorlesung in eine CNF-Grammatik  $G'$  für die Sprache  $L(G) \setminus \{\varepsilon\}$  um. Führen Sie die Teilschritte in derselben Reihenfolge durch wie in [Aufgabe 51](#).

**Aufgabe 53** **8 Punkte**

Betrachten Sie die Grammatik  $G = (\{S\}, \{(\cdot), 0, +\}, \{S \rightarrow 0, (S + S)\}, S)$ .

- (a) Geben Sie für  $l = 5$  alle Zerlegungen des Wortes  $z = ((0 + (0 + 0)) + 0)$  in  $z = uvwxy$  an, die die Bedingungen der Konklusion des Pumping-Lemmas für kontextfreie Sprachen erfüllen. *(mündlich)*
- (b) Zeigen Sie, dass die Pumpingzahl von  $L(G)$  nach Pumping-Lemma für kontextfreie Sprachen 5 ist. *(5 Punkte)*
- (c) Geben Sie für eine der Zerlegungen  $uvwxy$  aus a) Syntaxbäume für die drei Wörter  $uv^iwx^iy$  mit  $i \in \{0, 1, 2\}$  an. Sie dürfen für identische Teilbäume Symbole o.ä. nutzen. *(3 Punkte)*

**Aufgabe 54** **7 Punkte**

Zeigen Sie mittels Pumping-Lemma, dass folgende Sprachen nicht kontextfrei sind.

- (a)  $L_1 = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid \#_a(w) < \#_b(w) < \#_c(w)\}$  *(mündlich)*
- (b)  $L_2 = \{a^n b^m c^{n \cdot m} \mid n, m \geq 0\}$  *(7 Punkte)*