

Übungsblatt 12

Abgabe der schriftlichen Lösungen bis 5. Februar 2020

Aufgabe 50 Zeigen Sie:

mündlich

- (a) $P_{\parallel}^{\text{SAT}[k]} \subseteq P_{\parallel}^{\text{SAT}[2^k-1]}$,
- (b) $P_{\parallel}^{\text{SAT}[2^k-1]} \subseteq P_{\parallel}^{\text{SAT}[k+1]}$,
- (c) $P_{\parallel}^{\text{SAT}[2^k-1]} = P_{\parallel}^{\text{SAT}[k]}$,
- (d) $P_{\parallel}^{\text{NP}} = P^{\text{NP}[\mathcal{O}(\log n)]}$,
- (e) $FP_{\parallel}^{\text{NP}} = FP^{\text{NP}[\mathcal{O}(\log n)]} \Rightarrow \text{NP} = \text{RP}$.

Hinweis: Überlegen Sie, warum eine erfüllende Belegung für eine Formel in USAT in $FP_{\parallel}^{\text{NP}}$ berechenbar ist, und benutzen Sie den Satz von Valiant und Vazirani.

Aufgabe 51 Sei $A \subseteq \Sigma^*$ eine Sprache mit $\# \notin \Sigma$.

mündlich

Eine Funktion $f : (\Sigma \cup \{\#\})^* \rightarrow \Sigma^*$ heißt *unbeschränkte Und-Funktion* (kurz \wedge -Funktion) für A , falls für alle $x_1, \dots, x_k \in \Sigma^*$ gilt:

$$f(x_1\#\dots\#x_k) \in A \Leftrightarrow \forall i = 1, \dots, k : x_i \in A.$$

Im Fall $k = 2$ nennen wir f eine *Und-Funktion* (kurz \wedge_2 -Funktion). Die Begriffe der (unbeschränkten) *Oder-Funktion* und der *Nicht-Funktion* (kurz \neg -Funktion) sind analog definiert. Zeigen Sie:

- (a) SAT und \oplus SAT haben \wedge_2 - und \vee_2 -Funktionen in FL.
- (b) \oplus SAT hat eine \neg -Funktion in FL.

Aufgabe 52

mündlich

Zeigen Sie, dass die Varianz für paarweise stochastisch unabhängige Zufallsvariablen X_1, \dots, X_n additiv ist, d.h. $\text{Var}(\sum_{i=1}^n X_i) = \sum_{i=1}^n \text{Var}(X_i)$.

Aufgabe 53

10 Punkte

Sei C eine unter \leq_m^{\log} -Reduktionen abgeschlossene Sprachklasse und sei A ein C -vollständiges Problem. Zeigen Sie:

- (a) C ist genau dann unter Durchschnitt abgeschlossen, wenn A eine \wedge_2 -Funktion in FL hat.
- (b) NP, co-NP und $\text{NP} \cap \text{co-NP}$ (sowie alle Stufen von PH) sind unter Schnitt und Vereinigung abgeschlossen.
- (c) $\text{NP} \cup \text{co-NP}$ ist nicht unter Schnitt (oder Vereinigung) abgeschlossen, außer wenn $\text{NP} = \text{co-NP}$ ist.