Einführung in die Komplexitätstheorie — WS 2019/20
Prof. Johannes Köbler — 4. Dezember 2019

Übungsblatt 8

Abgabe der schriftlichen Lösungen bis 8. Januar 2020

Aufgabe 38 Zeigen Sie: ***mündlich***

(a) MajSat ist PP-vollständig.

(b) PSPACE ist unter allen Operatoren in $\{\exists^p, \forall^p, \mathsf{R}, \mathsf{BP}, \exists^{\geq 1/2}, \oplus\}$ abgeschlossen und daher gilt PH, $\oplus$P, PP $\subseteq$ PSPACE.

(c) PH ist die kleinste Klasse, die P enthält und unter dem $\exists^p$- und dem $\forall^p$-Operator abgeschlossen ist.

(d) PH $\neq$ PSPACE, außer wenn PH kollabiert.

(e) Überlegen Sie, wie sich durch geeignete Einschränkungen von QBF vollständige Probleme für die Stufen der Polynomialzeithierarchie ableiten lassen.

Aufgabe 39 ***10 Punkte***

Betrachten Sie folgenden probabilistischen Algorithmus.

Algorithmus: `RandomWalk`

Input: KNF-Formel $F(x_1, \ldots, x_n)$, $n \geq 1$, ohne Einerklauseln
  wähle eine beliebige Belegung a für F
  while $F(a) = 0$ **do**
    wähle eine beliebige Klausel C von F mit $C(a) = 0$
    wähle zufällig ein Literal l in C
    flippe den Wert von $a(l)$
Output: a

Sei F eine 2-KNF-Formel (o.B.d.A. ohne Einerklauseln) und sei h eine Belegung, die F erfüllt. Zeigen Sie, dass die erwartete Laufzeit von RandomWalk(F) polynomiell beschränkt ist.

Hinweis: Zeigen Sie folgende Abschätzungen für die maximale erwartete Anzahl t_i von Schleifendurchläufen, falls die Anfangsbelegung a in höchstens i Variablen von h abweicht:

1. $t_0 = 0$,
2. $t_n \leq t_{n-1} + 1$,
3. $t_i \leq 1 + (t_{i-1} + t_{i+1})/2$ für $i = 1, \ldots, n-1$,
4. $t_i \leq i(2n - i)$ für $i = 0, \ldots, n$.