Übungsblatt 5

Abgabe der schriftlichen Lösungen bis 27. November 2019

Aufgabe 22 ***mündlich***

Geben Sie eine Sprache L an, so dass weder L noch $\bar{L}$ semi-entscheidbar sind.

Aufgabe 23 ***mündlich***

Zeigen Sie, dass die $\leq_m^{log}$-Reduzierbarkeit reflexiv und transitiv ist.

Aufgabe 24 ***mündlich***

Zwei Sprachen A und B heißen **äquivalent** ($A \equiv_m^{log} B$), falls $A \leq_m^{log} B$ und $B \leq_m^{log} A$ gilt. Der **Grad** $[A]$ einer Sprache A ist die Klasse aller Sprachen B, die äquivalent zu A sind. Aus wie vielen verschiedenen Graden besteht die Klasse L?

Aufgabe 25 Zeigen Sie: ***mündlich***

(a) Die Klassen L, NL, P, NP, $\mathsf{co\text{-}NP}$, PSPACE, EXP und $\mathsf{EXPSPACE}$ sind unter $\leq_m^{log}$-Reduktionen abgeschlossen.
(b) Falls es eine NL-vollständige Menge in L gibt, dann ist $\mathsf{L} = \mathsf{NL}$.
(c) Falls es eine NP-vollständige Menge in $\mathsf{co\text{-}NP}$ gibt, dann ist $\mathsf{NP} = \mathsf{co\text{-}NP}$.

Aufgabe 26 ***mündlich***

Zeigen Sie, dass folgende Probleme NL-vollständig sind.

(a) Reach (*Hinweis:* Betrachten Sie den Konfigurationsgraphen einer NL-Maschine).
(b) 2-Sat (*Hinweis:* Reduzieren Sie Reach auf $\overline{\text{2-Sat}}$).

Aufgabe 27 Zeigen Sie: ***mündlich***

Jede von einer blinden DTM in Zeit $t(n)$ akzeptierte Sprache hat Schaltkreise der Größe $\mathcal{O}(t(n))$. (*Bemerkung:* Es ist bekannt, dass Sprachen in $\mathsf{DTIME}(t(n))$ von blinden DTMs in Zeit $\mathcal{O}(t(n)\log t(n))$ erkannt werden.)

Aufgabe 28 ***10 Punkte***

Für eine Sprache $A \subseteq \Sigma^*$ und eine Funktion $h : \mathbb{N} \to \{0,1\}^*$ sei A/h die Sprache

$$A/h = \{x \in \Sigma^* \mid x\#h(|x|) \in A\}.$$

h wird auch **Advicefunktion** für A/h und $h(n)$ **Advice** für die Eingabelänge n genannt. Für eine Sprachklasse C enthalte C/poly alle Sprachen der Form A/h, wobei A eine beliebige Sprache in C und h eine beliebige Advicefunktion mit $|h(n)| \leq n^c + c$ für eine Konstante c ist.

Zeigen Sie, dass $\mathsf{P}/\text{poly} = \mathsf{PSK} = \mathsf{LINTIME}/\text{poly}$ gilt.