

## Übungsblatt 11

*Besprechung der mündlichen Aufgaben am 15.–18. 1. 2019  
Bearbeitung des Moodle-MC-Tests bis 14. 1. 2019, 23:59 Uhr  
Abgabe der schriftlichen Lösungen am 22. 1. 2019 bis 15:10 Uhr  
im Hörsaal vor der Vorlesung*

**Essentielle Begriffe:** LBA, DLBA, DCSL, REC, entscheidbar, semi-entscheidbar

Abzugeben sind 4 Blätter jeweils mit den Aufgaben: **63+68**; 64; 66; 67

*Hinweis:* Sie dürfen folgenden Satz ohne Beweis nutzen (siehe **Extraaufgabe S4**):  
Sei  $c \in \mathbb{N}$ . Für jede  $k$ -NTM  $M$ , die für jede Eingabe  $x$  höchstens  $c + c|x|$  Bandfelder besucht (d.h.  $|u_1 a_1 v_1 \dots u_k a_k v_k| \leq c + c|x|$ ), gibt es einen LBA  $M'$  mit  $L(M) = L(M')$ . Falls  $M$  eine  $k$ -DTM ist, so kann  $M'$  als DLBA konstruiert werden.

**Aufgabe 62** Zeigen Sie, dass CFL in DCSL enthalten ist. *mündlich*

*Hinweis:* Konstruieren Sie aus einer CNF-Grammatik  $G = (V, \Sigma, P, S)$  eine 3-DTM, die für eine Eingabe der Länge  $n$  alle Satzformen  $\alpha \in (V \cup \Sigma)^n$  betrachtet. Nutzen Sie dann den Hinweis von oben, um die Existenz eines DLBA zu zeigen.

*Bemerkung:* Da  $L$  aus **Aufgabe 60** nicht kontextfrei ist, gilt also  $\text{CFL} \not\subseteq \text{DCSL}$ . Die Frage, ob auch  $\text{DCSL} \not\subseteq \text{CSL}$  gilt, ist bis heute ungelöst und als *LBA-Problem* bekannt.

**Aufgabe 63** Zeigen Sie: **5 Punkte**

- (a) Für jeden LBA (DLBA)  $M$  existiert ein LBA (DLBA)  $M'$  mit  $L(M) = L(M')$ , der bei jeder Eingabe hält und dies, falls ein Endzustand erreicht wird, direkt nach Erreichen des Endzustands tut. *(mündlich)*
- (b) DCSL und CSL sind unter  $\cup$ ,  $\cap$ , Produkt und Sternhülle abgeschlossen. *(mündlich)*
- (c)  $\text{DCSL} = \text{co-DCSL}$ . (*Bemerkung:* Es gilt auch  $\text{CSL} = \text{co-CSL}$ .) *(5 Punkte)*

*Hinweis:* Nutzen Sie obigen Hinweis bei (b) und (c).

**Aufgabe 64****11 Punkte**

Sei  $N$  ein LBA mit  $N = (\{p, q, r, s, t, d, e, l\}, \{a, \hat{a}, \#, \hat{\#}\}, \{a, \hat{a}, \#, \hat{\#}, \sqcup\}, \delta, p, \{e\})$  und

$$\delta: \begin{array}{llll} pa \rightarrow q \sqcup R, & qa \rightarrow qaR, & q\# \rightarrow r\#R, & r\# \rightarrow r\#R, \\ ra \rightarrow s\#R, & sa \rightarrow saR, & s\# \rightarrow t\#R, & t\# \rightarrow t\#R, \\ ta \rightarrow l\#L, & t\hat{a} \rightarrow d\hat{a}L, & la \rightarrow laL, & l\# \rightarrow l\#L, \\ l\sqcup \rightarrow p \sqcup R, & d\# \rightarrow d\#L, & d\sqcup \rightarrow e \sqcup N. & \end{array}$$

- (a) Geben Sie die von  $N$  erkannte Sprache an. (1 Punkt)
- (b) Wandeln Sie  $N$  mit dem Verfahren aus der Vorlesung in eine Typ-1-Grammatik  $G$  um. Sie dürfen dabei Regeln derselben Form mit Platzhaltern angeben, z.B. „ $G$  enthält  $\forall u \in \Sigma, v \in \Gamma$  die Regel ...“. (6 Punkte)
- (c) Geben Sie eine Ableitung in  $G$  für das Wort  $a\#a\#a$  an. Sie dürfen mehrere Anwendungen von Regeln, die aus derselben Anweisung von  $N$  hervorgehen, zusammenfassen (d.h.  $\Rightarrow^*$  zwischen den Satzformen). (4 Punkte)

**Aufgabe 65** Zeigen Sie die Äquivalenz folgender Aussagen:**mündlich**

- (1)  $A$  ist entscheidbar,
- (2)  $\chi_A$  ist berechenbar,
- (3)  $A$  wird von einer DTM akzeptiert, die bei allen Eingaben hält.
- (4)  $A$  wird von einer NTM akzeptiert, die bei allen Eingaben hält.

**Aufgabe 66** Zeigen Sie die Äquivalenz folgender Aussagen:**7 Punkte**

- (1)  $A$  ist vom Typ 0,
- (2)  $A$  wird von einer 1-NTM akzeptiert.

**Aufgabe 67** Zeigen Sie, dass  $CSL \not\subseteq REC$  gilt.**7 Punkte***Hinweis:* Betrachten Sie die Sprache  $\overline{D}$  mit
$$D = \{w \in \{0, 1\}^+ \mid M_w \text{ ist eine 1-NTM, die die Eingabe } \hat{w} \text{ akzeptiert ohne dabei den Bereich der Eingabe zu verlassen}\}$$
**Aufgabe 68****7 Zusatzpunkte**

Ein  $k$ -PDA  $M = (Z, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, \#, E)$  arbeitet wie ein Kellerautomat mit Endzuständen, verfügt aber über  $k$  Kellerspeicher. Falls  $\Gamma = \{\#, A\}$  gilt und  $M$  kein zusätzliches  $\#$  auf einen der Keller schreiben darf, bezeichnen wir  $M$  als  $k$ -CPDA (für engl. *k-Counter-PDA*).

- (a) Geben Sie sowohl den Definitions- als auch den Wertebereich der Überföhrungsfunktion  $\delta$  an. (1 Zusatzpunkt)
- (b) Wie lässt sich eine 1-NTM durch einen 2-PDA simulieren? (1 Zusatzpunkt)
- \* (c) Wie lässt sich ein PDA durch einen 2-CPDA simulieren? (2 Zusatzpunkte)
- \* (d) Wie lässt sich ein 2-PDA (und somit auch eine 1-NTM) durch einen 2-CPDA simulieren? (3 Zusatzpunkte)