

Übungsblatt 8

*Besprechung der mündlichen Aufgaben am 11.–14. 12. 2018
Bearbeitung des Moodle-MC-Tests bis 10. 12. 2018, 23:59 Uhr
Abgabe der schriftlichen Lösungen am 18. 12. 2018 bis 15:10 Uhr
im Hörsaal vor der Vorlesung*

Essentielle Begriffe: Syntaxbaum, eindeutige Grammatik, CYK

Abzugeben sind 4 Blätter jeweils mit den Aufgaben: 44; 47; 48; 49

Aufgabe 44

10 Punkte

Sei $G = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, P, S)$ eine Grammatik mit den Regeln

$$P: \quad S \rightarrow aB, bA \qquad A \rightarrow a, aS, bAA \qquad B \rightarrow b, bS, aBB.$$

- (a) Geben Sie eine explizite Beschreibung für $L(G)$ an. *(mündlich)*
- (b) Zeigen Sie $baab \in L(G)$, indem Sie eine Links-, eine Rechtsableitung und einen Syntaxbaum angeben. *(mündlich)*
- (c) Geben Sie alle Satzformen α von G der Länge $|\alpha| \leq 4$ an. *(6 Punkte)*
- (d) Zeigen Sie $aabbab \in L(G)$, indem Sie eine Links-, eine Rechtsableitung und einen Syntaxbaum angeben. *(3 Punkte)*
- (e) Ist G mehrdeutig? *(1 Punkt)*

Aufgabe 45

mündlich

Sei $G = (V, \Sigma, P, S)$ eine kontextfreie Grammatik und weiter sei $S \Rightarrow \dots \Rightarrow \alpha_i \Rightarrow \dots \alpha_m$ eine Ableitung und T_0, \dots, T_m die dazu gehörenden Syntaxbäume.

- (a) Wie viele Blätter und innere Knoten (d.h. alles außer Blättern) hat T_m , falls c Knoten von T_m mit ε markiert sind?
- (b) Wie ist groß die Anzahl der inneren Knoten in Abhängigkeit von $|\alpha_m|$, falls G in CNF ist und $\alpha_m \in V^*$ ist? Begründen Sie.
- (c) Erklären Sie kurz für jeden der letzten drei Umwandlungsschritte in CNF, (alle außer dem Ersetzen der Terminale) welche Auswirkung des Auslassens des jeweiligen Schritts auf den Beweis des Pumpinglemmas für kontextfreie Sprachen hätte.

Aufgabe 46*mündlich*

Sei $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit $V = \{S, A, B, A', B'\}$ und P wie folgt:

$$S \rightarrow AB', AB, BA', BA, BS, b, SS$$

$$A' \rightarrow SA; B' \rightarrow SB; A \rightarrow a; B \rightarrow b$$

Testen Sie mit dem CYK-Algorithmus, ob das Wort *abbab* von der Grammatik G erzeugt werden kann.

Aufgabe 47 Es sei die Grammatik $G = (\{S, L, R\}, \{d, b\}, P, S)$ **10 Punkte**
mit den Regeln $P: S \rightarrow LR, SS, d; L \rightarrow d; R \rightarrow SR, b$ gegeben.

- (a) Geben Sie eine explizite Beschreibung für $L(G)$ an. (3 Punkte)
(*Hinweis*: Betrachten Sie zunächst die Produktionsmenge $P' = P \setminus \{S \rightarrow d\}$.)
- (b) Wenden Sie den CYK-Algorithmus an, um die Zugehörigkeit von $ddddbb = d^4b^2$ zu $L(G)$ zu testen. (7 Punkte)

Aufgabe 48**6 Punkte**

Eine kontextfreie Sprache L heißt *eindeutig*, falls für L eine eindeutige kontextfreie Grammatik existiert. Betrachten Sie die folgenden beiden Sprachen:

$$L_3 = \{a^i b^j c^k \mid i \neq j \text{ und } i, j, k \geq 1\} \quad \text{und} \quad L_4 = \{a^i b^j c^k \mid j \neq k \text{ und } i, j, k \geq 1\}.$$

- (a) Geben Sie eine eindeutige Grammatik für die Sprache $L = (L_3 \cup 0L_4)^R$ an, erläutern Sie Ihre Konstruktion und begründen Sie kurz, warum ihre Grammatik eindeutig ist. (*mündlich*)
- (b) Seien $A, B \subseteq \Sigma^*$ eindeutige kontextfreie Sprachen mit $0 \notin \Sigma$. Begründen Sie, warum dann auch A^R , $A \cup B0$ und $(A0)^*$ eindeutige kontextfreie Sprachen sind. (6 Punkte)

Aufgabe 49**4+5 Punkte**

- (a) Begründen Sie, warum das Komplement von $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 1\}$ kontextfrei ist. (4 Punkte)
Hinweis: Beschreiben Sie, wie sich die Grammatik aus **Aufgabe 48** geeignet modifizieren lässt.
- (b) Geben Sie kontextfreie Grammatiken für die Sprachen $L = \{ww^R \mid w \in \{a, b\}^*\}$ und \bar{L} an und erläutern Sie deren Regeln. (5 Zusatzpunkte)