

Übungsblatt 6

*Besprechung der mündlichen Aufgaben am 27.–30. 11. 2018
Bearbeitung des Moodle-MC-Tests bis 26. 11. 2018, 23:59 Uhr
Abgabe der schriftlichen Lösungen am 4. 12. 2018 bis 15:10 Uhr
im Hörsaal vor der Vorlesung*

Essentielle Begriffe: Pumpinglemma (für kontextfreie Sprachen), (Grammatiken)

Abzugeben sind 4 Blätter jeweils mit den Aufgaben: 35; 36; 37; 38

Aufgabe 33 Folgende Aussagen haben die Form „Wenn A , dann B “. *mündlich*
Geben Sie die (äquivalente) *Kontraposition* „Wenn nicht B , dann nicht A “ an. Formen Sie dabei die Aussagen „nicht B “ und „nicht A “ so um, dass die Negation möglichst weit hinten auftritt.

- (a) Wenn L regulär ist, gibt es einen DFA M mit $L(M) = L$.
- (b) Wenn für alle $(a, b), (b, c) \in R$ auch $(a, c) \in R$ gilt, ist R transitiv.
- (c) Wenn $L = \{a\}^*$, dann gibt es für alle $i \geq 0$ ein $j \in \mathbb{Z}$, sodass $a^{i+j} \in L$.

Aufgabe 34

mündlich

Welche Aussagen stimmen für beliebige Sprachen A, B, C ? Begründen Sie.

- (a) $A, C \in \text{REG}$ und $A \subseteq B \subseteq C \Rightarrow B \in \text{REG}$,
- (b) Wenn $A, B \in \text{REG}$, dann ist $A \Delta B$ (symmetrische Differenz) regulär.
Hinweis: $A \Delta B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$
- (c) $ABC \in \text{REG} \Leftrightarrow CBA \in \text{REG}$.
- (d) $AA \in \text{REG} \Leftrightarrow A \in \text{REG}$.

Aufgabe 35 Zeigen Sie unter Nutzung des Pumping-Lemmas:

10 Punkte

- (a) $L_1 \notin \text{REG}$, wobei $L_1 = \{ww^R \mid w \in \{0, 1\}^*\}$, *(mündlich)*
- (b) $L_2 \notin \text{REG}$, wobei $L_2 = \{a^{4n}b^m \mid n > m \geq 0\}$. *(10 Punkte)*

Aufgabe 36 Sei $L_1 = \{a^i b^j c^k \mid i = 0 \text{ oder } j = k\}$.

6+2 Punkte

Zeigen Sie wie folgt, dass die Umkehrung des Pumping-Lemmas für reguläre Sprachen im Allgemeinen falsch ist:

- (a) Zeigen Sie, dass L_1 eine endliche Pumpingzahl l hat. Wie groß ist l ? (mündlich)
- (b) Zeigen Sie, dass L_1 (dennoch) nicht regulär ist. (mündlich)

Weiter sei $L_2 = \{a^i b^j c^k d^l \mid i = 0 \text{ oder } j = k = l\}$.

- (c) Zeigen Sie mit **Extraaufgabe K1b**, dass $\{ab^n c^n d^n \mid n \geq 0\} \notin \text{CFL}$. (2 ZP.)
- (d) Zeigen Sie (wie in (a) und (b)) mittels L_2 , dass die Umkehrung des Pumping-Lemmas für kontextfreie Sprachen im Allgemeinen falsch ist. (6 Punkte)

Hinweis: Neben c) dürfen Sie auch bereits benutzen, dass für Sprachen $A \in \text{CFL}$ und $B \in \text{REG}$ die Sprache $A \cap B$ kontextfrei ist. Dies wird erst später (unter Nutzung von Kellerautomaten) gezeigt.

Aufgabe 37 Betrachten Sie den untenstehenden DFA M .

10 Punkte

- (a) Geben Sie für M eine äquivalente reguläre Grammatik an. (5 Punkte)

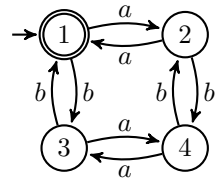
- (b) Geben Sie für die reguläre Grammatik $G = (\{A, B\}, \{a, b\}, P, A)$ mit den Regeln

$$P: A \rightarrow aB, a, \varepsilon$$

$$B \rightarrow bA, b$$

einen äquivalenten NFA an.

(5 Punkte)



Benutzen Sie jeweils das Verfahren aus der Vorlesung.

Aufgabe 38

4+4 Punkte

Sei L eine Sprache, die von einem DFA M mit m Zuständen erkannt wird.

- (a) Zeigen Sie: Ist L endlich, so enthält L nur Wörter der Länge $\leq m-1$. (mündlich)
- (b) Zeigen Sie: Wenn es in L ein Wort w gibt, das a^m als Teilwort enthält, dann gibt es für jede Zahl $k \geq 1$ ein Wort in L , das a^k enthält. Gilt dies auch, wenn M ein NFA ist? (4 Punkte)

- (c) Geben Sie einen NFA M mit Alphabet $\Sigma = \{a\}$ und maximal 11 Zuständen an, sodass $a^{23} \notin L(M)$, aber $\{a^i \mid i \geq 24\} \subseteq L(M)$. (4 Zusatzpunkte)

Hinweis: Es ist hilfreich (aber nicht unbedingt notwendig) den Beweis von **Extraaufgabe R5** zu verstehen.