Humboldt-Universität zu Berlin
Prof. Dr. Johannes Köbler

Einführung in die Theoretische Informatik
13. November 2018

Übungsblatt 5

Besprechung der mündlichen Aufgaben am 20.–23. 11. 2018
Bearbeitung des Moodle-MC-Tests bis 19. 11. 2018, 23:59 Uhr
Abgabe der schriftlichen Lösungen am 27. 11. 2018 bis 15:10 Uhr
im Hörsaal vor der Vorlesung

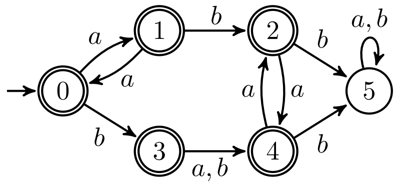
Essentielle Begriffe: DFA-Minimierung, Unterscheider, Nerode-Relation $\sim_L$

Abzugeben sind 4 Blätter jeweils mit den Aufgaben: 28; 30; 31; 32

Aufgabe 27 Gegeben sei nebenstehender DFA M. ***mündlich***

(a) Minimieren Sie M mit dem Algorithmus aus der Vorlesung.

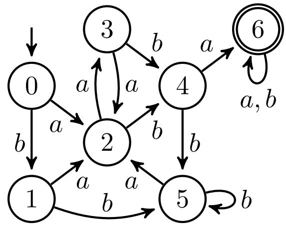
(b) Bestimmen Sie den Index der Nerode-Relation $\sim_{L(M)}$ und geben Sie ein Repräsentantensystem für $\sim_{L(M)}$ an.



Aufgabe 28 Gegeben sei nebenstehender DFA M. ***10 Punkte***

(a) Minimieren Sie M mit dem Algorithmus aus der Vorlesung.

(b) Bestimmen Sie den Index der Nerode-Relation $\sim_{L(M)}$ und geben Sie ein Repräsentantensystem für $\sim_{L(M)}$ an.



Aufgabe 29 Sei $M = (Z, \Sigma, \delta, q_0, E)$ ein DFA und für $i \geq 0$ sei ***mündlich***
$D_i = \big\{\{p, q\} \subseteq Z \,\big|\, p$ und q haben einen Unterscheider x der Länge $|x| \leq i\big\}$.

(a) Zeigen Sie, dass die durch $p \sim_i q \Leftrightarrow \{p, q\} \notin D_i$ auf Z definierten Relationen $\sim_i$ Äquivalenzrelationen sind und $\sim_{i+1}$ eine Verfeinerung von $\sim_i$ ist.

(b) Schätzen Sie die Anzahl $k = \min\{i \geq 0 \mid D_{i+1} = D_i\}$ der benötigten Iterationen in Abhängigkeit von $m = \|Z\|$ möglichst gut nach oben ab.

Aufgabe 30 Sei $\Sigma = \{a, b\}$. ***6 Punkte***
Geben Sie einen Minimal-DFA M für $L = \big\{x_1 \ldots x_n \in \Sigma^* \,\big|\, n \geq 1, x_1 = x_n\big\}$ an. Begründen Sie die Korrektheit und beweisen Sie die Minimalität von M.

Aufgabe 31 ***5+2 Punkte***

Die folgenden Sprachen sind nicht regulär. Beweisen Sie dies, indem Sie jeweils unendlich viele bzgl. der Nerode-Relation $\sim_L$ paarweise nicht äquivalente Wörter angeben.

(a) $L_1 = \{ww^R \mid w \in \{0,1\}^*\}$, *(mündlich)*

(b) $L_2 = \{a^{4n}b^m \mid n > m \geq 0\}$. *(5 Punkte)*

(c) Nutzen Sie Extraaufgabe K1a und folgern Sie aus der obigen b), dass auch die Sprache L_3 mit $L_3 = \left\{a^{2n}b^m \,\middle|\, n > m \geq 0\right\}$ nicht regulär sein kann, ohne erneut unendlich viele paarweise inäquivalente Wörter anzugeben. *(2 Zusatzpunkte)*

Aufgabe 32 ***9 Punkte***

Sei B die Menge der Dezimaldarstellungen aller durch 3 teilbaren natürlichen Zahlen.

(a) Geben Sie alle Zerlegungen des Wortes $x = 123456$ in Teilwörter $x = uvw$ an, die für $\ell = 4$ alle drei Bedingungen in der Konklusion des Pumping-Lemmas erfüllen. *(5 Punkte)*

(b) Bestimmen Sie die Pumpingzahl für B. *(4 Punkte)*