

Übungsblatt 2

*Besprechung der mündlichen Aufgaben am 30. 10.–2. 11. 2018
Bearbeitung des Moodle-MC-Tests bis 29. 10. 2018, 23:59 Uhr
Abgabe der schriftlichen Lösungen am 6. 11. 2018 bis 15:10 Uhr
im Hörsaal vor der Vorlesung*

Essentielle Begriffe: Produkt zweier Sprachen, Sternhülle, Potenzmengenautomat, regulärer Ausdruck

Abzugeben sind 4 Blätter jeweils mit den Aufgaben: 10; 12; 13; 15

Sollten Sie jeweils mehr als ein Blatt benötigen, heften Sie diese bitte zusammen.

Aufgabe 10 Seien A, B, C Sprachen. Zeigen oder widerlegen Sie: **7 Punkte**

(a) $(\{a\}^*\{b\}^*)^* = (\{a, b\}^*)^2$, (b) $(\{a\}^*\{b\}^*)^* = (\{a, b\}^2)^*$, *(mündlich)*

(c) $A^+ = AA^*$, (d) $A(B \cap C) \subseteq AB \cap AC$, *(mündlich)*

(e) $A(B \cup C) = AB \cup AC$, (f) $A(B \cap C) = AB \cap AC$. *(4+3 Punkte)*

Aufgabe 11 Für eine Sprache L seien **mündlich**

$$\min(L) = \{x \in L \mid \text{kein Wort } y \in L \text{ ist echtes Präfix von } x\} \quad \text{und}$$

$$\max(L) = \{x \in L \mid x \text{ ist kein echtes Präfix eines Wortes } y \in L\},$$

wobei x echtes Präfix von y ist, falls es ein $z \neq \varepsilon$ gibt mit $y = xz$. Weiter heißt eine Sprache L präfixfrei, falls kein Wort in L echtes Präfix eines anderen Wortes in L ist.

- (a) Charakterisieren Sie die Präfixfreiheit mit Hilfe des \min -Operators.
(b) Zeigen Sie, dass die Aussagen $L = \max(L)$ und $L = \min(L)$ äquivalent sind.
(c) Zeigen Sie, dass die Klasse REG unter dem \min -Operator abgeschlossen ist, d. h. für $L \in \text{REG}$ folgt $\min(L) \in \text{REG}$.

Aufgabe 12 Betrachten Sie die Sprachen **8 Punkte**

$$A = \{u \in \{a, b\}^* \mid u \text{ endet mit } b\} \quad \text{und} \quad B = \{v \in \{a, b\}^* \mid \#_a(v) \text{ ist ungerade}\}.$$

- (a) Geben Sie für A und B je einen DFA (M_A / M_B) mit 2 Zuständen an. *(2 Punkte)*
(b) Konstruieren Sie aus M_A und M_B mit dem Algorithmus aus der Vorlesung einen NFA N für das Produkt $L = AB$. *(3 Punkte)*
(c) Konstruieren Sie aus M_B einen NFA N_{B^*} für die Sternhülle B^* von B mit dem Algorithmus aus der Vorlesung. *(3 Punkte)*

Aufgabe 13

4+10 Punkte

Sei $L \subseteq \Sigma^*$ eine reguläre Sprache. Zeigen Sie, dass dann auch die folgenden Sprachen regulär sind, indem Sie beschreiben wie Sie aus einem beliebigen DFA für L einen DFA (oder NFA) für diese Sprachen konstruieren. Begründen Sie jeweils auch die Korrektheit des von Ihnen konstruierten Automaten.

- (a) $\text{prefix}(L) = \{x \in \Sigma^* \mid \exists y \in \Sigma^* : xy \in L\}$, (mündlich)
- (b) $\text{suffix}(L) = \{x \in \Sigma^* \mid \exists y \in \Sigma^* : yx \in L\}$, (mündlich)
- (c) $L^R = \{x^R \mid x \in L\}$, (mündlich)
(x^R bezeichnet das gespiegelte Wort, z.B. $abcd^R = dcba$)
- (d) L^+ , (4 Punkte)
- * (e) $\text{cycle}(L) = \{vu \in \Sigma^* \mid uv \in L\}$, (3 Zusatzpunkte)
- * (f) $L/2 = \{x \in \Sigma^* \mid \exists y \in \Sigma^* : xy \in L, |x| = |y|\}$. (5 Zusatzpunkte)
- (g) Wie lässt sich die Lösung zu (d) vereinfachen, wenn Sie statt eines NFAs einen ENFA (siehe **Extraaufgabe R1**) konstruieren? (2 Zusatzpunkte)

Hinweis: Mit * markierte Aufgaben haben einen erhöhten Schwierigkeitsgrad.

Aufgabe 14

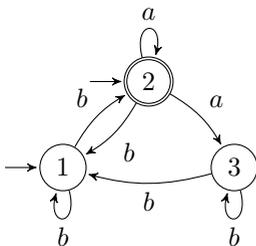
mündlich

Sei $L_1 \subseteq \{a, b\}^*$ die Sprache der Wörter, die \overline{aba} als Teilwort enthalten.

- (a) Geben Sie einen NFA N für L_1 an und zeigen Sie, dass $L(N) = L_1$ ist.
- (b) Konstruieren Sie den zu N gehörigen Potenzmengenautomaten.
- (c) Geben Sie reguläre Ausdrücke für L_1 und für $\overline{L_1}$ an.

Aufgabe 15 Gegeben sei folgender NFA N .

11 Punkte



- (a) Geben Sie die Sprachen $L(N)$ und $\overline{L(N)}$ an. (2 Punkte)
- (b) Wandeln Sie den NFA N mittels der in der Vorlesung vorgestellten Potenzmengenautomatenkonstruktion in einen DFA M um. Lassen Sie dabei überflüssige (d.h. vom neuen Startzustand nicht erreichbare) Zustände weg. (6 Punkte)
- (c) Geben Sie sämtliche in M nicht erreichbaren Zustände an. (1 Punkt)
- (d) Geben Sie reguläre Ausdrücke für die Sprache $L(N)$ und ihr Komplement $\overline{L(N)}$ an. (2 Punkte)