

Übungsblatt 9

*Besprechung der mündlichen Aufgaben am 19.12.–22.12.2017
Bearbeitung des Moodle-MC-Tests bis 18.12.2017, 23:59 Uhr
Abgabe der schriftlichen Lösungen bis 15:10 Uhr am 10.1.2018*

Essentielle Begriffe: DPDA

Abzugeben sind 3 Blätter jeweils mit den Aufgaben: 55 ; 56 ; 58

Aufgabe 54 Gegeben sei die Sprache $L = \{a^n b^m \mid n > m \geq 0\}$. **mündlich**

- (a) Geben Sie einen PDA M mit höchstens zwei Zuständen für L an und beweisen Sie dessen Korrektheit.
- (b) Konstruieren Sie aus M eine kontextfreie Grammatik. Verwenden Sie das Verfahren aus der Vorlesung.

Aufgabe 55 Gegeben sei der PDA $M = (Z, \Sigma, \Gamma, \delta, q, \#)$ **14 Punkte**
mit $Z = \{p, q\}$, $\Sigma = \{a, b, c\}$, $\Gamma = \{A, B, \#\}$ und der Überföhrungsfunktion

$$\begin{array}{llll} \delta : qa\# \rightarrow qAA\# & (1) & qaA \rightarrow qAA & (2) & qbA \rightarrow p & (3) & p\varepsilon\# \rightarrow p & (4) \\ pbA \rightarrow p & (5) & pb\# \rightarrow pB\# & (6) & pbB \rightarrow pBB & (7) & pcB \rightarrow p & (8) \end{array}$$

- (a) Geben Sie eine explizite Beschreibung für $L(M)$ an. *(2 Punkte)*
- (b) Konstruieren Sie zu M eine äquivalente kontextfreie Grammatik G . Verwenden Sie das Verfahren aus der Vorlesung. *(9 Punkte)*
- (c) Geben Sie eine akzeptierende Rechnung von $M(abbbcc)$ und die zugehörige Ableitung in der Grammatik G an. *(3 Punkte)*

Aufgabe 56 Betrachten Sie die Sprachen**6+4 Punkte**

$$L_1 = \{a^n b^m c^m \mid n, m \geq 0\},$$

$$L_2 = \{a^n b^n c^m \mid n, m \geq 0\},$$

$$L_3 = \{a^i b^j c^k \mid i \neq j \text{ und } i, j, k \geq 1\} \quad \text{und} \quad L_4 = \{a^i b^j c^k \mid j \neq k \text{ und } i, j, k \geq 1\}.$$

- (a) Geben Sie DPDAs für L_1 und L_3 an. (mündlich)

Bemerkung: Analog zu einem DPDA für L_1 kann man einen für L_2 konstruieren. Der Abschluss von DCFL unter \cap ist daher nicht in CFL enthalten, da $L_1 \cap L_2 = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\} \notin \text{CFL}$.

- (b) Beschreiben Sie, wie sich aus DPDAs für L_3 und L_4 ein DPDA für $L_3 \cup 0L_4$ konstruieren lässt. (mündlich)

- (c) Zeigen Sie mittels der Sprache $(L_3 \cup 0L_4)^R$, dass DCFL nicht unter Spiegelung abgeschlossen ist. (mündlich)

Hinweis: Sie dürfen ohne Beweis benutzen, dass für jedes $L \in \text{DCFL}$ über Σ auch die Sprache $L_{-a} = \{x \in (\Sigma \setminus \{a\})^* \mid xa \in L\}$ in DCFL ist. (Der Beweis dafür ist recht anspruchsvoll, siehe **Extraaufgabe K4**).

- (d) Zeigen Sie, dass DCFL nicht unter Differenz abgeschlossen ist. (mündlich)

Hinweis: Sie dürfen bereits benutzen, dass DCFL unter Komplement, jedoch nicht unter Vereinigung abgeschlossen ist. Dies wird später in der Vorlesung gezeigt.

- (e) Zeigen Sie, dass die Sprachklasse DCFL auch nicht unter Sternhüllenbildung abgeschlossen ist. (6 Punkte)

Hinweis: In der Vorlesung wurde gezeigt, dass DCFL nicht unter Produktbildung abgeschlossen ist, da $\{\varepsilon, 0\} \in \text{DCFL}$ und $L = L_3 \cup 0L_4 \in \text{DCFL}$, aber $\{\varepsilon, 0\}L \notin \text{DCFL}$. Zeigen Sie $L \cup \{0\} \in \text{DCFL}$ und $(L \cup \{0\})^* \notin \text{DCFL}$.

- (f) Zeigen Sie, dass DCFL nicht unter Homomorphismen (siehe **Extraaufgabe K1**) abgeschlossen ist. (4 Zusatzpunkte)

Aufgabe 57**mündlich**

Lokalisieren Sie folgende Sprachen möglichst exakt innerhalb der Chomsky-Hierarchie (inklusive DCFL). Begründen Sie die Korrektheit Ihrer Einordnung.

(a) $L_1 = \{(ab)^n a^m b^n \mid 1 \leq n < m\}$,

(b) $L_2 = \{a^{|w|} b^{|w|} \mid w \in L_1\}$,

(c) $L_3 = \{xyx^R \mid x, y \in \{a, b\}^+, |x| \leq |y|\}$,

(d) $L_4 = \{xyx^R \mid x, y \in \{a, b\}^+, |x| \geq |y|\}$.

Aufgabe 58**10 Punkte**

Geben Sie kontextsensitive Grammatiken für L_1 und L_2 an und erläutern Sie Ihre Konstruktion. (*Bemerkung:* L_1 und L_2 sind in DCFL \setminus CFL.)

(a) $L_1 = \{a^{2^n} \mid n \geq 0\}$, (mündlich)

(b) $L_2 = \{ww \mid w \in \{a, b\}^*\}$. (10 Punkte)