

Übungsblatt 8

*Besprechung der mündlichen Aufgaben am 12.12.–15.12.2017
Bearbeitung des Moodle-MC-Tests bis 11.12.2017, 23:59 Uhr
Abgabe der schriftlichen Lösungen bis 15:10 Uhr am 20.12.2018*

Essentielle Begriffe: Kellerautomat, PDA, CYK, eindeutige Grammatik

Abzugeben sind 4 Blätter jeweils mit den Aufgaben: 48; 49; 51; 53

Aufgabe 47 Betrachten Sie $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid \#_a(w) \leq \#_b(w)\}$. *mündlich*
Sei $G' = (V', \Sigma, P', S)$ mit $V' = \{S, A, B, A', B'\}$ und P' wie folgt:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow AB', AB, BA', BA, BS, b, SS \\ A' &\rightarrow SA; B' \rightarrow SB; A \rightarrow a; B \rightarrow b \end{aligned}$$

Diese Grammatik ist eine mögliche Lösung der **Aufgabe 42**, d.h. $L(G') = L$. Testen Sie mit dem CYK-Algorithmus, ob das Wort *abbab* von der Grammatik G' erzeugt werden kann.

Aufgabe 48 Es sei die Grammatik $G = (\{S, L, R\}, \{d, b\}, P, S)$ **11 Punkte**
mit den Regeln $P: S \rightarrow LR, SS, d; L \rightarrow d; R \rightarrow SR, b$ gegeben.

- (a) Geben Sie eine explizite Beschreibung für $L(G)$ an. *(3 Punkte)*
(*Hinweis:* Betrachten Sie zunächst die Produktionsmenge $P' = P \setminus \{S \rightarrow d\}$.)
- (b) Wenden Sie den CYK-Algorithmus an, um die Zugehörigkeit von $ddddbb = d^4b^2$ zu $L(G)$ zu testen. *(8 Punkte)*

Aufgabe 49 **8 Punkte**
Betrachten Sie $G = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, P, S)$ aus **Aufgabe 45**. Zur Erinnerung, G hat die Regeln:

$$P: S \rightarrow aB, bA, A \rightarrow a, aS, bAA, B \rightarrow b, bS, aBB.$$

- (a) Konstruieren Sie aus G einen PDA M mit dem Verfahren aus der Vorlesung. *(6 Punkte)*
- (b) Geben Sie eine akzeptierende Rechnung von M für *baab* an. *(2 Punkte)*

Aufgabe 50

5 Punkte

- (a) Zeigen Sie, dass Kellerautomaten, die über Endzustände akzeptieren, genau dieselben Sprachen akzeptieren, wie PDAs (diese akzeptieren durch Leeren des Kellers). (mündlich)

Bemerkung: Dies impliziert $\text{DCFL} \subseteq \text{CFL}$.

- (b) Zeigen Sie, deterministische Kellerautomaten, die durch Leeren des Kellers akzeptieren, genau die präfixfreien Sprachen in DCFL charakterisieren. (5 Punkte)

Aufgabe 51

mündlich

Zeigen Sie, dass CFL unter Schnitt und Mengendifferenz mit regulären Sprachen abgeschlossen ist. Beschreiben Sie dazu, wie aus einem beliebigen gegebenen PDA M_A für $A \in \text{CFL}$ und einem DFA M_B für $B \in \text{REG}$ ein PDA für $A \cap B$ konstruiert werden kann. Passen Sie danach Ihre Konstruktion für $A \setminus B$ an.

Hinweis: Beide Konstruktionen lassen sich leicht auch für DPDAs anpassen, somit ist auch DCFL unter Schnitt und Mengendifferenz mit regulären Sprachen abgeschlossen.

Aufgabe 52

mündlich

Betrachten Sie die folgenden beiden Sprachen:

$$L_3 = \{a^i b^j c^k \mid i \neq j \text{ und } i, j, k \geq 1\} \quad \text{und} \quad L_4 = \{a^i b^j c^k \mid j \neq k \text{ und } i, j, k \geq 1\}.$$

Geben Sie eine eindeutige Grammatik für die Sprache $L = (L_3 \cup 0L_4)^R$ an, erläutern Sie Ihre Konstruktion und begründen Sie kurz, warum ihre Grammatik eindeutig ist.

Bemerkung: Eine kontextfreie Sprache L heißt *eindeutig*, falls für L eine eindeutige kontextfreie Grammatik existiert. Die Sprache L aus der Aufgabe ist also eindeutig, wir werden aber auf dem nächstens Blatt sehen, dass L nicht in DCFL liegt.

Aufgabe 53

6+5 Punkte

- (a) Zeigen Sie, dass das Komplement von $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 1\}$ kontextfrei ist (d. h. $\overline{L} \in \text{CFL} \setminus \text{DCFL}$). (6 Punkte)

Hinweis: Beschreiben Sie, wie sich die Grammatik aus [Aufgabe 52](#) geeignet modifizieren lässt.

- (b) Geben Sie kontextfreie Grammatiken für die Sprachen $L = \{ww^R \mid w \in \{a, b\}^*\}$ und \overline{L} an und erläutern Sie deren Regeln. (5 Zusatzpunkte)

Bemerkung: Damit ist $L \in \text{CFL} \cap \text{co-CFL}$. L ist aber nicht in DCFL.