

Übungsblatt 7

*Besprechung der mündlichen Aufgaben am 5.12.–8. 12. 2017
Bearbeitung des Moodle-MC-Tests bis 4. 12. 2017, 23:59 Uhr
Abgabe der schriftlichen Lösungen bis 15:10 Uhr am 13. 12. 2017*

Essentielle Begriffe: Chomsky-Normalform, Satzform, (PDA)

Abzugeben sind 3 Blätter jeweils mit den Aufgaben: 43; 44; 45

Aufgabe 41 Stimmen folgende Aussagen? Begründen Sie. *mündlich*

- (a) Wenn A^* regulär ist, dann ist A kontextfrei.
- (b) Falls A, B kontextfreie Sprachen mit $A = BC$ sind, dann ist auch C kontextfrei.
- (c) Eine kontextfreie Grammatik in CNF ist immer eindeutig.

Aufgabe 42 Betrachten Sie $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid \#_a(w) \leq \#_b(w)\}$. *mündlich*

- (a) Geben Sie eine kontextfreie Grammatik G für die Sprache L an.
- (b) Wandeln Sie G mit dem Verfahren aus der Vorlesung in eine CNF-Grammatik G' für die Sprache $L(G) \setminus \{\varepsilon\}$ um.

Aufgabe 43 Sei $G = (\{A, B, C, D, E, F\}, \{a, b\}, P, A)$ mit **7 Punkte**

$$\begin{array}{lll} P: & A \rightarrow BAB, EFa & B \rightarrow bb, D & D \rightarrow a, C \\ & C \rightarrow AB, B, ba & E \rightarrow F, EE, b & F \rightarrow CF, a \end{array}$$

Wandeln Sie die Grammatik G mit dem Verfahren aus der Vorlesung in eine CNF-Grammatik G' für die Sprache $L(G) \setminus \{\varepsilon\}$ um.

Aufgabe 44 **11+10 Punkte**

Welche der folgenden Sprachen sind kontextfrei? Begründen Sie.

- (a) $L_1 = \{a^l b^m a^n \mid m \leq \max(l, n)\}$ *(mündlich)*
- (b) $L_2 = \{baba^2ba^3b \dots ba^{n-1}ba^n b \mid n \geq 1\}$ *(mündlich)*
- (c) $L_3 = \{a^n b^m \mid 0 \leq n \leq m \leq 2n\}$ *(7 Punkte)*
- (d) $L_4 = \overline{\{a^{n^2} \mid n \geq 0\}}$ *(4 Punkte)*
- (e) $L_5 = \overline{L_2}$ *(5 Zusatzpunkte)*
- (f) $L_6 = \{a, b\}^* \setminus \{ww \mid w \in \{a, b\}^*\}$ *(5 Zusatzpunkte)*

Aufgabe 45**12 Punkte**Sei $G = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, P, S)$ eine Grammatik mit den Regeln

$$P: \quad S \rightarrow aB, bA \qquad A \rightarrow a, aS, bAA \qquad B \rightarrow b, bS, aBB.$$

- (a) Geben Sie eine explizite Beschreibung für $L(G)$ an. *(mündlich)*
- (b) Zeigen Sie $baab \in L(G)$, indem Sie eine Links-, eine Rechtsableitung und einen Syntaxbaum angeben. *(mündlich)*
- (c) Geben Sie alle Satzformen α von G der Länge $|\alpha| \leq 4$ an. *(6 Punkte)*
- (d) Zeigen Sie $aabbab \in L(G)$, indem Sie eine Links-, eine Rechtsableitung und einen Syntaxbaum angeben. *(4 Punkte)*
- (e) Ist G mehrdeutig? *(2 Punkte)*

Aufgabe 46**mündlich**Betrachten Sie die Grammatik $G = (\{S\}, \{(\cdot), 0, +\}, \{S \rightarrow 0, (S + S)\}, S)$.

- (a) Geben Sie für $l = 5$ alle Zerlegungen des Wortes $z = ((0 + (0 + 0)) + 0)$ in $z = uvwxy$ an, die die Bedingungen der Konklusion des Pumpinglemmas für kontextfreie Sprachen erfüllen.
- (b) Geben Sie für eine Ihrer Zerlegungen $uvwxy$ Syntaxbäume für die drei Wörter $w^i w x^i y$ mit $i \in \{0, 1, 2\}$ an. Sie dürfen für identische Teilbäume Symbole o.ä. nutzen.
- (c) Zeigen Sie, dass die Pumpingzahl von $L(G)$ nach Pumpinglemma für kontextfreie Sprachen 5 ist.