Humboldt-Universität zu Berlin
Prof. Dr. Johannes Köbler

Einführung in die Theoretische Informatik
18. Oktober 2017

Übungsblatt 1

Besprechung der mündlichen Aufgaben am 24.–27. 11. 2017
Bearbeitung des Moodle-MC-Tests bis 23. 10. 2017, 23:59 Uhr
Abgabe der schriftlichen Lösungen am 1. 11. 2017 bis 15:10 Uhr
im Hörsaal vor der Vorlesung
Essentielle Begriffe: Sprache, Wort, Alphabet, DFA, reguläre Sprache, (NFA)

Für einen Übungsschein müssen Sie bei den schriftlichen Aufgaben mindestens 50% der regulären Punkte erreichen (190 von 380) sowie 50% der möglichen Punkte bei den Moodle-MC-Tests (70 von 140). Die schriftlichen Aufgaben sind in Gruppen von zwei bis drei Personen zu bearbeiten. Jede Aufgabe soll auf einem **eigenen Blatt** bearbeitet werden, da diese getrennt abzugeben sind. Schreiben Sie **alle** Ihre Namen, Ihre **CMS-Benutzernamen** (nicht Mnr.), Ihre Abgabegruppe (z.B. AG123) aus Moodle, und den Übungstermin (z.B. Fr 9h bei Lucas Heimberg), zu dem Sie Ihre korrigierten Blätter zurückerhalten möchten, auf **jedes** Blatt.
Essentielle Begriffe müssen Sie bis zur Ihrem Übungstermin verstanden haben. Die Begriffe in Klammern werden erst für die schriftlichen Aufgaben benötigt. Die Definitionen finden Sie im Skript, siehe https://hu.berlin/ethi17.

Aufgabe 1 Sei $\Sigma = \{a, b\}$. ***mündlich***
Weiter seien $A = \{\varepsilon, aa\}$, $B = \{a, aba\}$, $C = \{b, bb\}$. Bestimmen Sie folgende Sprachen:

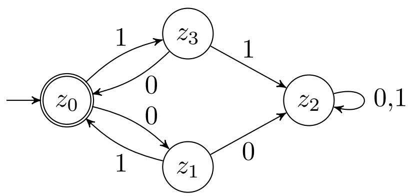
(a) AB
(b) $BA \setminus AB$
(c) $\varnothing A \cup \{\varepsilon\}B$
(d) $ACA \cap BBB$
(e) $\bigcup_{i=1}^{\infty}(B \cup C)^i$
(f) $\{\varepsilon\}(\Sigma^* \setminus \{\varepsilon\})\{\varepsilon\}$

Aufgabe 2 Sei $\Sigma = \{a, b\}$. ***mündlich***
Eine Sprachklasse ist eine Menge von Sprachen. Welche der Objekte $x_1, \ldots, x_6$ sind Wörter aus Σ^*, Sprachen über Σ, Sprachklassen, mehrere oder nichts von diesen?

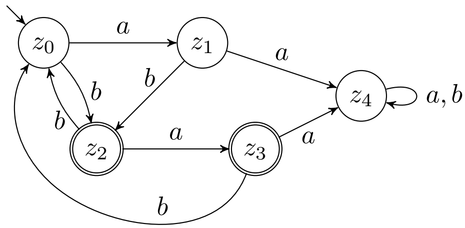
$x_1 = abb1ba$
$x_2 = \{a, b, b, 1, b, a\} \setminus \{1\}$
$x_3 = x_2 \cap \{\{ab\}\}$
$x_4 = \varepsilon$
$x_5 = \{\varepsilon\}$
$x_6 = \{L \subseteq \Sigma^* \mid \varepsilon \in L\}$

Aufgabe 3 Betrachten Sie folgenden DFA M: ***mündlich***

(a) Welche Zustände durchläuft M bei Eingabe $x = 011011$? Gehört das Wort x zur erkannten Sprache $L(M)$?
(b) Geben Sie alle Wörter der Länge ≤ 5 an, die M akzeptiert.
(c) Beschreiben Sie informell die von M akzeptierte Sprache $L(M)$.



Aufgabe 4 Betrachten Sie folgenden DFA M: ***7 Punkte***



(a) Welche Zustände durchläuft M bei Eingabe $x = bbabaab$? Ist x in $L(M)$? *(2 P.)*

(b) Geben Sie alle Wörter der Länge exakt 5 an, die M akzeptiert. *(3 P.)*

(c) Beschreiben Sie informell die von M akzeptierte Sprache $L(M)$. *(2 P.)*

Aufgabe 5 Betrachten Sie das Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$. ***mündlich***
Geben Sie für jede der folgenden Sprachen über Σ jeweils einen DFA (als Zustandsgraphen) mit möglichst wenigen Zuständen an:

$$\begin{aligned} L_1 &= \{w \mid w \text{ endet auf } 000\}, \\ L_2 &= \{w \mid w \text{ enthält eine durch vier teilbare Anzahl Einsen}\}, \\ L_3 &= L_1 \cap L_2. \end{aligned}$$

Aufgabe 6 Betrachten Sie das Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$. ***6+3 Punkte***
Geben Sie für jede der folgenden Sprachen über Σ jeweils einen DFA *(6 Punkte)* und einen NFA *(3 Zusatzpunkte)* mit möglichst wenigen Zuständen an:

$$\begin{aligned} L_1 &= \{w \mid w \text{ enthält zwei aufeinanderfolgende Nullen}\}, \\ L_2 &= \overline{L_1} = \Sigma^* \setminus L_1, \\ L_3 &= \{w \mid |w| \geq 2 \text{ und das zweitletzte Zeichen von } w \text{ ist eine Eins}\}. \end{aligned}$$

Aufgabe 7 ***mündlich***
Eine Sprachklasse K heißt *unter Teilmengenbildung abgeschlossen*, falls für alle $L \in \mathsf{K}$ auch alle Sprachen L' mit $L' \subseteq L$ in K enthalten sind.
Geben Sie möglichst kleine nichtleere Sprachklassen K und K' über dem Alphabet $\Sigma = \{a\}$ an, so dass K abgeschlossen und K' nicht abgeschlossen ist gegenüber

(a) Vereinigung, (c) Komplement, (e) Sternhülle,
(b) Schnitt, (d) Produkt, (f) Teilmengenbildung.

Aufgabe 8 ***mündlich***
Zeigen Sie, dass die Menge B der *Binär*-Darstellungen (ohne führende Nullen, d.h. $\{0, 11\} \subseteq B$, aber $0011 \notin B$) der durch drei teilbaren natürlichen Zahlen regulär ist.

Aufgabe 9 ***7 Punkte***
Zeigen Sie, dass die Menge der *Dezimal*-Darstellungen (ohne führende Nullen) der durch vier teilbaren natürlichen Zahlen regulär ist.