

## Übungsblatt 0

*Vorbereitungsübungen in der Woche vom 17.– 20. Oktober  
siehe auch den Kurs der Mathe-Fachschaft:*

<https://hu.berlin/mathewarmup>

### Aufgabe 1 (Organisatorisches)

*mündlich*

- Besuchen Sie die VL-Seite <https://hu.berlin/ethi17>.
- Finden Sie Ihren CMS-Accountnamen heraus.
- Tragen Sie sich für die [VL in Agnes](#) ein.
- Melden Sie sich mit dem Passwort (Bekanntgabe in der VL, Übung und per Agnes) im [Moodle-Kurs zur Vorlesung](#) an.
- Tragen Sie sich ab **Donnerstag, den 19.10., 15 Uhr**, für einen Übungstermin in Moodle ein. Falls Sie nur an sehr wenigen Terminen teilnehmen können, geben Sie bis **Donnerstag, den 19.10., 13 Uhr** einen Terminwunsch bei Moodle ein.
- Finden Sie sich zu Gruppen von 2-3 Personen zusammen und schreiben sich gemeinsam in eine (bis dahin leere) Abgabegruppe in Moodle ein.
- Schlagen Sie die Bedeutung der Begriffe angeben, erläutern, erklären, bestimmen, beweisen, zeigen und begründen nach, z.B. unter <http://hu.berlin/kmkdef>.

### Aufgabe 2 (Quantoren)

*mündlich*

Negieren Sie folgende Aussagen:

- A) Jeder Mensch mag einen anderen Menschen.
- B) Jeder Mensch mag jeden Menschen.
- C) Kein Mensch mag alle Menschen.
- D) Es gibt einen Menschen, der alle Menschen mag.

Welche der Aussagen (inkl. negierter Aussagen) implizieren welche andere Aussagen, wenn wir annehmen, dass es mindestens zwei Menschen gibt?

### Aufgabe 3 (Reste, Induktion)

*mündlich*

Der *Rest* einer ganzen Zahl  $z$  bei Division durch  $m$  (wir sagen auch *modulo*  $m$ ) ist die kleinste ganze Zahl  $r \geq 0$ , sodass  $z - r$  durch  $m$  teilbar ist. Besitzen  $a$  und  $b$  modulo  $m$  denselben Rest, so schreiben wir  $a \equiv_m b$  (gelesen als  $a$  ist kongruent zu  $b$  modulo  $m$ ). Dies gilt genau dann, wenn  $m$  die Zahl  $a - b$  teilt (kurz:  $m|(a - b)$ ). Seien  $m, a, b, c, d \in \mathbb{Z}$  mit  $a \equiv_m b$  und  $c \equiv_m d$ . Zeigen Sie:

- (a)  $a + c \equiv_m b + d$
- (b)  $ac \equiv_m bd$
- (c)  $\forall e \in \mathbb{N} : a^e \equiv_m b^e$  (per Induktion über  $e$ )

**Aufgabe 4 (Teilbarkeitsregeln, Induktion)***mündlich*

Für jede natürliche Zahl  $k$  sei  $k_{n_k} \dots k_1$  ihre Dezimaldarstellung, wobei  $k_{n_k} \neq 0$  für  $k > 0$  gilt (d.h. ohne führende Nullen). Zeigen Sie per Induktion über  $n_k$  (also über die Stellenzahl):

- (a) Für alle  $k \in \mathbb{N}$ :  $3 \mid \sum_{i=1}^{n_k} k_i$  genau dann, wenn  $3 \mid k$ .
- (b) Für alle  $k \in \mathbb{N}$ :  $11 \mid \sum_{i=1}^{n_k} (-1)^{i+1} k_i$  genau dann, wenn  $11 \mid k$ .
- \* (c) Für jedes  $m$  gibt es eine Folge  $a_1, \dots, a_i, \dots$  und ein  $l \leq m$  sowie ein  $i_0 \leq m$  mit  $\forall i \geq i_0 : a_i = a_{i+l}$ , sodass für alle  $k \in \mathbb{N}$  gilt:  $m \mid \sum_{i=1}^{n_k} a_i k_i$  genau dann, wenn  $m \mid k$ .  
D.h. für jede Zahl  $m$  gibt es eine Teilbarkeitsregel, die auf einer gewichteten Quersumme beruht (mit höchstens  $m$  Gewichten, die sich irgendwann periodisch wiederholen).

**Aufgabe 5 (Induktion, direkter Beweis)***mündlich*

Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion, dass die Innenwinkelsumme in einem konvexen  $n$ -Eck stets  $(n-2) \cdot 180^\circ$  ist. Lässt sich dieser Beweis auch ohne vollständige Induktion führen?

**Aufgabe 6 (Induktion, indirekter Beweis)***mündlich*

Zeigen Sie, dass es unendlich viele Primzahlen gibt, indem Sie per Induktion über  $n$  beweisen, dass es mehr als  $n$  Primzahlen für alle  $n \in \mathbb{N}$  gibt. Lässt sich dieser Beweis auch ohne vollständige Induktion führen?

**Aufgabe 7 (Indirekter Beweis)***mündlich*

Sei  $n \in \mathbb{N}$ . Zeigen Sie, dass  $\sqrt{n}$  irrational ist, falls  $n$  keine Quadratzahl ist.