Probeklausur

Hinweise zur Klausur:

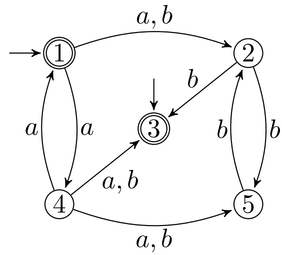
- Klausurtermin: 18. 2. 2015 um 9 Uhr (Einlass) in RUD26 0'110 und 0'115.
- Nachklausurtermin: 25. 3. 2015 um 9 Uhr (Einlass) in RUD26 0'115.
- Anmeldung in Agnes nur mit Übungsschein (d.h. „bestanden" im Studienblatt in Goya) bis 11.2.2015 (Klausur) bzw. 18.3.2015 (Nachklausur).
- Die Bearbeitungszeit wird 120 Minuten betragen.
- Bitte bringen Sie Ihren Studenten- und einen Lichtbildausweis (Personalausweis, Reisepass oder Führerschein) mit.
- Als Hilfsmittel sind eigene Notizen (auch gedruckt) und Skript erlaubt. Bücher und elektronische Geräte (Taschenrechner, Handy etc.) sind **nicht** zugelassen.
- Am 16.2.2015 ab 11 Uhr findet in RUD26 0'313 eine Fragestunde statt.
- Zusätzlich gibt es am 13.2.2015 von 11-17 Uhr die Gelegenheit zum betreuten Üben mit Michael Jung im Raum RUD25 3.101

Aufgabe 1 Betrachten Sie den nebenstehenden NFA N. ***32 Punkte***

(a) Welche der Wörter ε, ba, $aabb$ und $aabbb$ gehören zu $L = L(N)$?

(b) Wandeln Sie N mit der Potenzmengenkonstruktion in einen äquivalenten DFA M um.

(c) Minimieren Sie M mit dem Verfahren aus der Vorlesung (inkl. Angabe eines Minimal-DFAs).



(d) Geben Sie für jedes Wortpaar $x, y \in \{\varepsilon, ba, aabb, aabbb, aaabb\}$ an, ob xR_Ly gilt oder nicht. Begründen Sie kurz.

(e) Geben Sie ein Repräsentantensystem für R_L an.

Aufgabe 2 ***6 Punkte***

Finden Sie jeweils eine Sprachklasse $\mathcal{C}$ mit folgenden Eigenschaften bzw. begründen Sie, warum es eine solche Sprachklasse nicht geben kann.

(a) $\mathcal{C} \subseteq \mathsf{P}$ und co-$\mathcal{C} \neq \mathcal{C}$

(b) $\mathcal{C} \subseteq$ co-RE und co-$\mathcal{C} = \mathcal{C}$

(c) $\mathcal{C} \subseteq$ REC und co-$\mathcal{C} =$ REC $\setminus \mathcal{C}$

Aufgabe 3 **_8 Punkte_**

Betrachten Sie die die Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit $V = \{S, A, B, C, D\}$, $\Sigma = \{a, b\}$ und den Regeln

$$P: \quad S \to AD, CB \quad A \to aA, \varepsilon \quad B \to bB, \varepsilon \quad C \to aCa, B \quad D \to bDb, A$$

Wandeln Sie G mit dem Verfahren aus der Vorlesung in einen äquivalenten PDA M um.

Aufgabe 4 **_16 Punkte_**

Ordnen Sie die folgenden Sprachen in die Chomsky-Hierarchie ein (ohne DCFL und DCSL). Begründen Sie.

(a) $L_1 = \left\{ w\#x \,\middle|\, w, x \in \{0,1\}^+ \text{ und } w^R \text{ ist ein Teilwort von } x \right\}$.

(b) $L_2 = \left\{ \; wx \;\middle|\, w, x \in \{0,1\}^+ \text{ und } w^R \text{ ist ein Teilwort von } x \right\}$.

Aufgabe 5 **_10 Punkte_**

Betrachten Sie die Reduktion 3-Sat $\leq^p$ IS (Independent Set) aus der Vorlesung. Die Reduktionsfunktion basiert auf einer Funktion f, die eine 3-KNF-Formel

$$F = \big((l_{1,1} \vee \cdots \vee l_{1,k_1}) \wedge \ldots \wedge (l_{m,1} \vee \cdots \vee l_{m,k_m})\big)$$

mit Literalen $l_{i,j}$ auf den Graphen $f(F) = (V, E)$ abbildet mit

$$V = \left\{ v_{ij} \,\middle|\, 1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq k_i \leq 3 \right\} \text{ und}$$
$$E = \left\{ \{v_{s,t}, v_{u,w}\} \in \binom{V}{2} \,\middle|\, s = u \text{ oder } l_{st} = \bar{l}_{uw} \text{ oder } l_{uw} = \bar{l}_{st} \right\}.$$

(a) Geben Sie $f(F')$ für $F' = \big((\bar{x}_1 \vee x_2 \vee x_3) \wedge (\bar{x}_2 \vee x_3 \vee x_1)\big)$ an.

(b) Geben Sie eine stabile Menge der Größe 2 in $f(F')$ an und leiten Sie daraus eine erfüllende Belegung für die Formel F' aus Teil a) ab.

(c) Geben Sie explizit eine Funktion g für die Reduktion 3-Sat $\leq^p$ VC (Vertex Cover) an und zeigen Sie, dass ihre Funktion eine in Polynomialzeit berechenbare Reduktionsfunktion ist.

Aufgabe 6 **_18 Punkte_**

Bestimmen Sie für nebenstehenden Graphen G folgende Parameter. Begründen Sie.

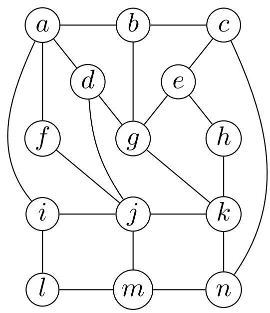
(a) $\alpha(G) = \max\left\{ \|S\| \,\middle|\, S \text{ ist stabil in } G \right\}$,

(b) $\chi(G) = \min\left\{ k \geq 1 \,\middle|\, G \text{ ist } k\text{-färbbar} \right\}$,

(c) $\mu(G) = \max\left\{ \|M\| \,\middle|\, M \text{ ist ein Matching in } G \right\}$,

(d) $\omega(G) = \max\left\{ \|C\| \,\middle|\, C \text{ ist eine Clique in } G \right\}$,

(e) $\beta(G) = \min\left\{ \|U\| \,\middle|\, U \text{ ist eine Kantenüberdeckung in } G \right\}$.



Ist G selbstkomplementär, d.h. isomorph zu $\overline{G}$? Begründen Sie.