

## Übungsblatt 14

*Besprechung der mündlichen Aufgaben am 7. 2.–10. 2. 2017*  
*Abgabe der schriftlichen Lösungen bis 15:10 Uhr am 13. 2. 2017*

**Essentielle Begriffe:** Polynomialzeitreduktion, (co-)NP-vollständig, (3-)SAT, CLIQUE

Abzugeben ist 1 Blatt mit den Aufgaben: 94+95+97

**Aufgabe 93** Zeigen Sie:

*mündlich*

$CFL \subset P$ , d.h. CFL ist eine echte Teilmenge von P.

**Aufgabe 94** Beweisen oder widerlegen Sie folgende Aussagen: **5 Zusatzpunkte**

- (a) Eine Sprache  $A$  ist genau dann NP-vollständig, wenn ihr Komplement vollständig für co-NP ist. *(mündlich)*
- (b)  $P = NP \Rightarrow NP = \text{co-NP}$  *(mündlich)*
- (c)  $NP \subseteq \text{co-NP} \Leftrightarrow \text{co-NP} \subseteq NP$  *(mündlich)*
- (d) Falls NP eine co-NP-harte Sprache enthält, folgt daraus  $NP = \text{co-NP}$ . *(mündlich)*
- (e)  $NPC = P \Rightarrow EXP = P$  *(mündlich, optional)*
- (f)  $\leq^P$  ist reflexiv und transitiv, aber nicht antisymmetrisch. *(5 Zusatzpunkte)*

**Aufgabe 95**

**5 Zusatzpunkte**

Klassifizieren Sie folgende Entscheidungsprobleme für boolesche Formeln entsprechend ihrer Komplexität als effizient lösbar (d. h. in P) bzw. nicht effizient lösbar (d. h. NP-hart oder co-NP-hart). Begründen Sie Ihre Antwort.

- (a)  $L_1 = \text{UNSAT} = \{F \mid F \text{ ist eine unerfüllbare Formel}\}$  *(mündlich)*
- (b)  $L_2 = \text{TAUT} = \{F \mid F \text{ ist eine aussagenlogische Tautologie}\}$  *(mündlich)*
- (c)  $L_3 = \{F \mid F \text{ ist eine erfüllbare Formel der Form } G \rightarrow H\}$ , *(mündlich)*
- (d)  $L_4 = \{F \mid F \text{ ist eine Tautologie der Form } G \rightarrow H\}$ , *(mündlich)*
- (e)  $L_5 = \{F \mid F \text{ ist in KNF und es ex. eine Belegung } a \text{ mit } F(a) = 0\}$ , *(mündlich)*
- (f)  $L_6 = \{F \mid \text{es gibt eine Belegung } a \text{ mit } F(a) = 0\}$ . *(5 Zusatzpunkte)*

### Aufgabe 96

*mündlich*

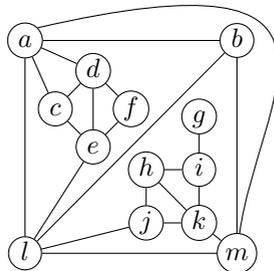
Klassifizieren Sie folgende Probleme als effizient lösbar (d. h. in P) bzw. nicht effizient lösbar (d. h. NP-hart oder co-NP-hart). Begründen Sie.

- Das Subgraph-Isomorphieproblem SUBGI: Entscheide für zwei gegebene Graphen  $G$  und  $H$ , ob  $G$  isomorph zu einem Subgraphen von  $H$  ist.
- Das Problem 2017-CLIQUE: Hat ein gegebener Graph eine Clique der Größe 2017?
- Entscheide für einen Graphen  $G$  und eine Zahl  $k$ , ob  $G$  eine Clique der Größe  $k$  oder eine stabile Menge der Größe  $k$  hat.
- Entscheide für einen Graphen  $G$  und eine gegebene Clique  $C$  in  $G$ , ob  $C$  die einzige Clique der Größe  $\|C\|$  in  $G$  ist.

### Aufgabe 97

*10 Zusatzpunkte*

Betrachten Sie den folgenden Graphen  $G$ :



Bestimmen Sie für  $G$  folgende Parameter. Begründen Sie.

- $\alpha(G) = \max \{ \|S\| \mid S \text{ ist stabil in } G \}$ , (2 Zusatzpunkte)
- $\chi(G) = \min \{ k \geq 1 \mid G \text{ ist } k\text{-färbbar} \}$ , (2 Zusatzpunkte)
- $\mu(G) = \max \{ \|M\| \mid M \text{ ist ein Matching in } G \}$ , (2 Zusatzpunkte)
- $\omega(G) = \max \{ \|C\| \mid C \text{ ist eine Clique in } G \}$ , (2 Zusatzpunkte)
- $\beta(G) = \min \{ \|U\| \mid U \text{ ist eine Knotenüberdeckung in } G \}$ . (2 Zusatzpunkte)