Übungsblatt 0

Vorbereitungsübungen in der Woche vom 18.– 21. Oktober
siehe auch den Kurs der Mathe-Fachschaft:
https://hu.berlin/mathewarmup

Aufgabe 1 (Organisatorisches) ***mündlich***

- Besuchen Sie die VL-Seite https://hu.berlin/ethi16.
- Finden Sie Ihren CMS-Accountnamen heraus.
- Melden Sie sich bis **Donnerstag, den 20.10.**, für einen Übungstermin in Agnes an. Bitte die Zulassung für mehrere Termine mit unterschiedlicher (absteigender) Priorität beantragen.
- Melden Sie sich mit dem Passwort (Bekanntgabe in der Übung) im Moodle-Kurs zur Vorlesung (Link auf VL-Seite) an.
- Finden Sie sich zu Gruppen von 2-3 Personen zusammen und schreiben sich gemeinsam in eine (bis dahin leere) Abgabegruppe in Moodle ein.
- Schlagen Sie die Bedeutung der Begriffe angeben, erläutern, erklären, bestimmen, beweisen, zeigen und begründen nach, z.B. unter http://hu.berlin/kmkdef.

Aufgabe 2 (Quantoren) ***mündlich***

Negieren Sie folgende Aussagen:

A) Jeder Mensch mag einen anderen Menschen.

B) Jeder Mensch mag jeden Menschen.

C) Kein Mensch mag alle Menschen.

D) Es gibt einen Menschen, der alle Menschen mag.

Welche der Aussagen (inkl. negierter Aussagen) implizieren welche andere Aussagen, wenn wir annehmen, dass es mindestens einen Menschen gibt?

Aufgabe 3 (Reste, Induktion) ***mündlich***

Der *Rest* einer ganzen Zahl z bei Division durch m (wir sagen auch *modulo* m) ist die kleinste ganze Zahl $r \geq 0$, sodass $z - r$ durch m teilbar ist. Besitzen a und b modulo m denselben Rest, so schreiben wir $a \equiv_m b$. Dies gilt genau dann, wenn m die Zahl $a - b$ teilt (kurz: $m|(a-b)$). Seien $m, a, b, c, d \in \mathbb{Z}$ mit $a \equiv_m b$ und $c \equiv_m d$. Zeigen Sie:

(a) $a + c \equiv_m b + d$

(b) $ac \equiv_m bd$

(c) $\forall e \in \mathbb{N} : a^e \equiv_m b^e$ (per Induktion über e)

Aufgabe 4 (Teilbarkeitsregeln, Induktion) ***mündlich***

Für jede natürliche Zahl k sei $k_{n_k} \dots k_1$ ihre Dezimaldarstellung, wobei $k_{n_k} \neq 0$ für $k > 0$ gilt (d.h. ohne führende Nullen). Zeigen Sie per Induktion über n_k (also über die Stellenzahl):

(a) Für alle $k \in \mathbb{N}$: $3 | \sum_{i=1}^{n_k} k_i$ genau dann, wenn $3|k$.

(b) Für alle $k \in \mathbb{N}$: $11 | \sum_{i=1}^{n_k} (-1)^{i+1} k_i$ genau dann, wenn $11|k$.

*(c) Für jedes m gibt es eine Folge $a_1, \dots, a_i, \dots$ und ein $l \leq m$ sowie ein $i_0 \leq m$ mit $\forall i \geq i_0 : a_i = a_{i+l}$, sodass für alle $k \in \mathbb{N}$ gilt: $m | \sum_{i=1}^{n_k} a_i k_i$ genau dann, wenn $m|k$. D.h. für jede Zahl m gibt es eine Teilbarkeitsregel, die auf einer gewichteten Quersumme beruht (mit höchstens m Gewichten, die sich irgendwann periodisch wiederholen).

Aufgabe 5 (Induktion, direkter Beweis) ***mündlich***

Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion, dass die Innenwinkelsumme in einem konvexen n-Eck stets $(n-2) \cdot 180°$ ist. Lässt sich dieser Beweis auch ohne vollständige Induktion führen?

Aufgabe 6 (Induktion, indirekter Beweis) ***mündlich***

Zeigen Sie, dass es unendlich viele Primzahlen gibt, indem Sie per Induktion über n beweisen, dass mehr als n Primzahlen für alle $n \in \mathbb{N}$ gibt. Lässt sich dieser Beweis auch ohne vollständige Induktion führen?

Aufgabe 7 (Indirekter Beweis) ***mündlich***

Sei $n \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie, dass $\sqrt{n}$ irrational ist, falls n keine Quadratzahl ist.