Einführung in die Komplexitätstheorie — WS 2016/17

Prof. Johannes Köbler — 15. Dezember 2016

# Übungsblatt 8

***Abgabe der schriftlichen Lösungen bis 12. Januar 2017***

**Aufgabe 38** Zeigen Sie: ***mündlich***

(a) MajSat ist PP-vollständig.

(b) PSPACE ist unter allen Operatoren in $\{\exists^p, \forall^p, \mathsf{R}, \mathsf{BP}, \exists^{\geq 1/2}, \oplus\}$ abgeschlossen und daher gilt $\mathsf{PH}, \oplus\mathsf{P}, \mathsf{PP} \subseteq \mathsf{PSPACE}$.

(c) PH ist die kleinste Klasse, die P enthält und unter dem $\exists^p$- und dem $\forall^p$-Operator abgeschlossen ist.

(d) $\mathsf{PH} \neq \mathsf{PSPACE}$, außer wenn PH kollabiert.

**Aufgabe 39** ***mündlich***

Überlegen Sie, wie sich durch geeignete Einschränkungen von QBF vollständige Probleme für die Stufen der Polynomialzeithierarchie ableiten lassen.

**Aufgabe 40** ***10 Punkte***

Betrachten Sie folgenden probabilistischen Algorithmus.

**Algorithmus:** `RandomWalk`

**Input:** KNF-Formel $F(x_1, \ldots, x_n)$, $n \geq 1$, ohne Einerklauseln
  wähle eine beliebige Belegung $a$ für $F$
  **while** $F(a) = 0$ **do**
    wähle eine beliebige Klausel $C$ von $F$ mit $C(a) = 0$
    wähle zufällig ein Literal $l$ in $C$
    flippe den Wert von $a(l)$
**Output:** $a$

Sei $F$ eine 2-KNF-Formel (o.B.d.A. ohne Einerklauseln) und sei $h$ eine Belegung, die $F$ erfüllt. Zeigen Sie, dass die erwartete Laufzeit von RandomWalk$(F)$ polynomiell beschränkt ist.

*Hinweis:* Zeigen Sie folgende Abschätzungen für die maximale erwartete Anzahl $t_i$ von Schleifendurchläufen, falls die Anfangsbelegung $a$ in höchstens $i$ Variablen von $h$ abweicht:

1. $t_0 = 0$,
2. $t_n \leq t_{n-1} + 1$,
3. $t_i \leq 1 + (t_{i-1} + t_{i+1})/2$ für $i = 1, \ldots, n-1$,
4. $t_i \leq i(2n - i)$ für $i = 0, \ldots, n$.