

## Übungsblatt 7

Abgabe der schriftlichen Lösungen bis 5. Januar 2017

### Aufgabe 32

*mündlich*

Zeigen Sie, dass QBF PSPACE-vollständig ist.

### Aufgabe 33

*mündlich*

- (a) Die Klassen RP, ZPP und BPP ändern sich nicht, wenn wir anstelle der Laufzeit die erwartete Laufzeit polynomiell beschränken.
- (b) Nicht jede von einer PM in erwarteter Laufzeit  $n^{\mathcal{O}(1)}$  akzeptierte Sprache liegt in PP.

### Aufgabe 34

*mündlich*

Zeigen Sie, dass eine Sprache  $L$  genau dann in ZPP liegt, wenn es eine PM  $M$  gibt, die niemals ? ausgibt, keinen Fehler macht (d.h. es gilt  $\Pr[M(x) = \bar{L}(x)] = 0$  für alle  $x$ ) und deren erwartete Laufzeit bei allen Eingaben polynomiell beschränkt ist. Finden Sie eine analoge Charakterisierung für  $L \in \text{RP}$ .

### Aufgabe 35

*mündlich*

Für eine  $p$ -balancierte Sprache  $B$  sei

$$\text{bias}_B(x) = \Pr_{y \in_R \{0,1\}^{p(n)}}[x \# y \in B] - 1/2.$$

Weiter sei

$$\text{BP}' \cdot \text{C} = \{\exists \geq 1/2 B \mid B \in \text{C} \text{ ist } p\text{-balanciert und } |\text{bias}_B(x)| = 1/n^{\mathcal{O}(1)}\}$$

und

$$\text{R}' \cdot \text{C} = \{\exists B \mid B \in \text{C} \text{ ist } p\text{-balanciert und } \#B(x) \notin [1, 2^{p(n)}/n^{\mathcal{O}(1)}]\}.$$

Zeigen Sie, dass  $\text{BP}' \cdot \text{C} = \text{BP} \cdot \text{C}$  (bzw.  $\text{R}' \cdot \text{C} = \text{R} \cdot \text{C}$ ) ist, falls  $\text{C}$  unter majority- (bzw. disjunktiven) Reduktionen abgeschlossen ist.

### Aufgabe 36

Zeigen Sie:

*mündlich*

- (a) Falls  $\text{C}$  unter majority-Reduktionen abgeschlossen ist, dann auch unter disjunktiven Reduktionen.
- (b) Falls  $\text{C}$  unter disjunktiven Reduktionen abgeschlossen ist, dann ist  $\text{R} \cdot \text{C}$  unter dem R-Operator abgeschlossen.

### Aufgabe 37

**10 Punkte**

- (a) Sei  $E$  die Kantenrelation eines gerichteten Graphen  $G$ . Zeigen Sie, dass sich dann die reflexive transitive Hülle  $E^*$  von  $E$  durch  $E^* = (E \cup \text{Id})^{n-1}$  darstellen lässt.
- (b) Reduzieren Sie REACH auf CIRVAL, indem Sie zu jedem gerichteten Graphen  $G$  mit  $n$  Knoten einen Schaltkreis  $c$  der Tiefe  $\mathcal{O}(\log^2 n)$  ohne Eingänge konstruieren mit  $c = 1$  gdw.  $G \in \text{REACH}$ .
- (c) Zeigen Sie, dass Sprachen in  $\text{NSPACE}(s(n))$ ,  $s(n) \geq \log n$ , Schaltkreise der Tiefe  $\mathcal{O}(s(n)^2)$  und Größe  $2^{\mathcal{O}(s(n))}$  haben.