

Übungsblatt 6

Besprechung der mündlichen Aufgaben am 25.–29. 11. 2013
 Abgabe der schriftlichen Lösungen bis 15:00 am 4. 12. 2013

Aufgabe 42

10 Punkte

Eine **linksreguläre** Grammatik darf nur Regeln der Bauart $A \rightarrow a$, $A \rightarrow Ba$ oder $A \rightarrow \varepsilon$ enthalten. Der Begriff einer rechtsregulären Grammatik ist analog definiert, entspricht also dem in der Vorlesung definierten Typ einer regulären Grammatik.

Gegeben seien die beiden Grammatiken

$$G_1 = (\{S\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow ababS, abab\}, S) \text{ und}$$

$$G_2 = (\{S, T\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow aS, abT; T \rightarrow aT, abS, ab\}, S).$$

- Geben Sie einen regulären Ausdruck sowie eine links- und eine rechtsreguläre Grammatik für die Sprache $L(G_1)$ an. *(mündlich)*
- Zeigen Sie allgemein, dass eine Sprache genau dann von einer linksregulären Grammatik erzeugt wird, wenn es eine rechtsreguläre Grammatik für sie gibt. *(mündlich)*
- Geben Sie einen regulären Ausdruck sowie eine links- und eine rechtsreguläre Grammatik für die Sprache $L(G_2)$ an. *(6 Punkte)*
- Lassen sich mit Grammatiken, die nur Produktionen der Form $A \rightarrow a$, $A \rightarrow Ba$, $A \rightarrow aB$ und $A \rightarrow \varepsilon$ enthalten, auch nicht-reguläre Sprachen erzeugen? Begründen Sie Ihre Antwort. *(4 Punkte)*

Aufgabe 43

5 Punkte

Finden Sie Grammatiken für die folgenden Sprachen über $\Sigma = \{a, b\}$:

- $L_1 = \{w \in \Sigma^* \mid \text{in } w \text{ kommt } abab \text{ als Teilwort vor}\}$, *(mündlich)*
- $L_2 = \{w \in \Sigma^* \mid \text{jeder zweite Buchstabe in } w \text{ ist ein } a\}$, *(mündlich)*
- $L_3 = \{w \in \Sigma^* \mid \text{in } w \text{ kommen doppelt soviele } a\text{'s wie } b\text{'s vor}\}$. *(5 Punkte)*

Begründen Sie jeweils die Korrektheit Ihrer Grammatik.

Aufgabe 44

Betrachten Sie den untenstehenden DFA M .

- Geben Sie für M eine äquivalente reguläre Grammatik an.
- Geben Sie für die reguläre Grammatik $G = (\{A, B\}, \{a, b\}, P, A)$ mit den Regeln

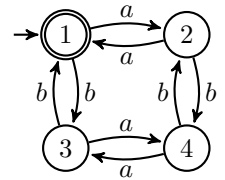
$$P: A \rightarrow aB, a, \varepsilon$$

$$B \rightarrow bA, b$$

einen äquivalenten NFA an. *(5 Punkte)*

Benutzen Sie jeweils das Verfahren aus der Vorlesung.

10 Punkte
 (5 Punkte)



Aufgabe 45

mündlich

- Die Sprache $L = \{x \in \{a, b\}^* \mid ax = xa\}$ ist regulär.
- Wenn A kontextfrei ist, dann ist A^* regulär.
- Wenn A^* regulär ist, dann ist A kontextfrei.
- Falls A, C kontextfreie Sprachen mit $A \subseteq B \subseteq C$ sind, dann ist auch B kontextfrei.
- Für kontextfreie Sprachen A, B sind auch $A \setminus B$ und $A \Delta B$ kontextfrei.
- Falls A, B kontextfreie Sprachen mit $A = BC$ sind, dann ist auch C kontextfrei.
- Falls A kontextfrei ist und $A \subseteq B$ gilt, dann kann B regulär sein.
- Eine kontextfreie Grammatik in CNF ist immer eindeutig.

Aufgabe 46

5 Punkte

$$L = \{a^i b^j c^k d^l \mid i = 0 \text{ oder } j = k = l\},$$

dass die Umkehrung des Pumping-Lemmas für kontextfreie Sprachen im Allgemeinen falsch ist.

Aufgabe 47

mündlich

Die Funktion $l_{reg}(l_{kfr})$ weise einer Sprache L , die die Konklusion des Pumping-Lemmas für reguläre (kontextfreie) Sprachen erfüllt, ihre Pumpingzahl und allen anderen Sprachen den Wert ∞ zu. Eine Sprache $T \subseteq \Sigma^*$ über einem unären Alphabet $\Sigma = \{a\}$ heißt *tally*. Zeigen Sie:

- Für jede Sprache L gilt $l_{kfr}(L) \leq l_{reg}(L)$.
- Für jede tally Sprache T gilt $l_{kfr}(T) = l_{reg}(T)$.
- Für jede tally Sprache T mit $l = l_{reg}(T) < \infty$ gilt: Falls ein Wort a^n mit $n \geq l$ zu T gehört, so enthält T alle Wörter $a^{n+i!}$ für $i \geq 1$. *(optional)*
- Jede tally Sprache T mit $l = l_{reg}(T) < \infty$ ist regulär. *(optional)*
Hinweis: Finden Sie endliche Sprachen $A, B \subseteq T$ mit $T = A \cup B\{a^l\}^*$.
- Es gibt keine tally Sprache in $CFL \setminus REG$. *(optional)*