

Übungsblatt 5

Besprechung der mündlichen Aufgaben am 18.–22. 11. 2013
Abgabe der schriftlichen Lösungen bis 15:00 am 27. 11. 2013

Aufgabe 32 Zeigen Sie, dass die Klasse REG *mündlich*

- (a) unter Schnitt und Vereinigung über endlich vielen Sprachen
- (b) unter symmetrischer Differenz mit endlichen Sprachen
- (c) weder unter Schnitt noch Vereinigung über unendlich vielen Sprachen
- (d) weder unter Teilmengen- noch Obermengenbildung abgeschlossen ist.

Aufgabe 33 *mündlich*

Eine *Permutation* y eines Wortes x entsteht durch beliebige Umordnung der Buchstaben von x . Für eine Sprache $L \subseteq \Sigma^*$ sei

$$\text{perm}(L) = \{y \in \Sigma^* \mid y \text{ ist eine Permutation eines Wortes } x \in L\}.$$

Zeigen Sie, dass REG nicht unter dem *perm*-Operator abgeschlossen ist.

Aufgabe 34 *5 Punkte*

Die folgenden Sprachen sind nicht regulär. Beweisen Sie dies, indem Sie jeweils unendlich viele bzgl. R_L paarweise nicht äquivalente Wörter angeben.

- (a) $L_1 = \{ww^R \mid w \in \{0,1\}^*\}$, *(mündlich)*
- (b) $L_2 = \{a^n b^m \mid n > m > 0\}$. *(5 Punkte)*

Aufgabe 35 *5 Punkte*

Sei L eine Sprache, die von einem DFA M mit m Zuständen erkannt wird. Zeigen Sie folgende Aussagen:

- (a) Ist L endlich, so enthält L nur Wörter der Länge $\leq m - 1$. *(mündlich)*
- (b) Wenn es in L ein Wort w gibt, das 1^m als Teilwort enthält, dann gibt es für jede Zahl $k \geq 1$ ein Wort in L , das 1^k enthält. Gilt dies auch, wenn M ein NFA ist? *(5 Punkte)*

Aufgabe 36 Sei $A = \{a^i b^j \mid i, j \geq 0\}$. *mündlich*

- (a) Geben Sie alle Zerlegungen des Wortes $aaabb$ in Teilwörter uvw an, die für $\ell = 4$ alle drei Bedingungen in der Konklusion des Pumping-Lemmas erfüllen.
- (b) Bestimmen Sie die Pumping-Zahl für A .

Aufgabe 37 *10 Punkte*

Sei B die Menge der Dezimaldarstellungen aller durch 3 teilbaren natürlichen Zahlen.

- (a) Geben Sie alle Zerlegungen des Wortes 123456 in Teilwörter uvw an, die für $\ell = 4$ alle drei Bedingungen in der Konklusion des Pumping-Lemmas erfüllen. *(5 Punkte)*
- (b) Bestimmen Sie die Pumping-Zahl für B . *(5 Punkte)*

Aufgabe 38 *10 Punkte*

Zeigen Sie mit dem Pumping-Lemma, dass folgende Sprachen nicht regulär sind.

- (a) $L_1 = \{ww^R \mid w \in \{0,1\}^*\}$, *(mündlich)*
- (b) $L_2 = \{a^n b^m \mid n > m > 0\}$. *(10 Punkte)*

Aufgabe 39 Betrachten Sie die Sprache $L = \{a^i b^j c^k \mid i = 0 \text{ oder } j = k\}$. *mündlich*

- (a) Zeigen Sie, dass L eine endliche Pumpingzahl l hat. Wie groß ist l ?
- (b) Zeigen Sie, dass L (dennoch) nicht regulär ist.

Aufgabe 40 *mündlich, optional*

Seien A, B beliebige Typ- i Sprachen. Zeigen oder widerlegen Sie für $i = 0, 1, 2, 3$:

- (a) A^R ist eine Typ- i Sprache,
- (b) AB ist eine Typ- i Sprache,
- (c) A^* ist eine Typ- i Sprache,
- (d) A^+ ist eine Typ- i Sprache.

***Aufgabe 41** *mündlich, optional*

Sei A eine *beliebige* Sprache über einem einelementigen Alphabet. Zeigen Sie, dass A^* regulär ist.

Hinweis: Finden Sie eine endliche Sprache $B \subseteq A$ mit $A^* = B^*$.