

Seminar »Komplexität und Kryptologie«

Graphisomorphie

Prof. Johannes Köbler Sebastian Kuhnert

Wintersemester 2012/2013

In diesem Seminar werden aktuelle Themen der Theoretischen Informatik, insbesondere der Komplexitätstheorie und der Kryptologie behandelt. Hierbei gehen wir auch gern auf Teilnehmerwünsche ein.

In diesem Semester liegt der Schwerpunkt auf dem Graphisomorphieproblem, also der Frage, ob es für zwei gegebene Graphen G und H eine Bijektion zwischen deren Knotenmengen gibt, die Kanten auf Kanten und Nicht-Kanten auf Nicht-Kanten abbildet. Für dieses Problem ist kein Polynomialzeitalgorithmus bekannt, gleichzeitig gilt es als unwahrscheinlich, dass es NP-hart ist. Wegen der hohen praktischen Relevanz wurden zahlreiche Algorithmen entwickelt, die das Problem für eingeschränkte Graphklassen effizient lösen.

Vorkenntnisse über das Isomorphieproblem sind zum Besuch dieses Seminars nützlich, jedoch nicht notwendig.

Themen für Referate

Im Seminar sind Vorträge einführenden und vertiefenden Charakters zu folgenden Themenbereichen geplant:

1. **Isomorphie von Graphen aus Hookup-Klassen.** Hier ist jeder Knoten an einen vorgegebenen Teilgraphen »angeschlossen«.

Inhalt: Wie sind Hookup-Klassen definiert? In welchen Hookup-Klassen kann das Graphisomorphieproblem effizient gelöst werden, und wie funktioniert der Algorithmus? Warum ist Isomorphie in den übrigen Hookup-Klassen schwer?

Literatur: [KCP82]

2. **Isomorphie von k -Bäumen in Logspace.** Die Klasse der k -Bäume ist eine Verallgemeinerung von Bäumen und beschreibt baumähnliche Graphen.

Inhalt: Wie sind k -Bäume definiert? Wie können k -Bäumen in logarithmischem Platz kanonisiert werden?

Literatur: [ADK⁺12]

3. **Isomorphie von partiellen k -Bäumen.** Partielle k -Bäume sind Teilgraphen von k -Bäumen.

Inhalt: Wie die Baumweite eines Graphen definiert? Wie funktioniert Bodlaenders Algorithmus?

Literatur: [Bod90]

4. **Isomorphie von Intervallgraphen in Logspace.** Jedem Knoten eines Intervallgraphen kann so ein Intervall zugeordnet werden, dass sich zwei Intervalle genau dann schneiden, wenn die zugehörigen Knoten benachbart sind.

Inhalt: Wie können Intervallgraphen in Logspace kanonisiert werden?

Literatur: [KKL⁺11; KKV12]

5. **Isomorphie von Graphen mit beschränkten Farbklassen.** Jeder Knoten der Eingabegraphen ist gefärbt, jede Farbe kommt nur konstant oft vor, und Isomorphismen müssen jeden Knoten auf einen der gleichen Farbe abbilden.

Inhalt: Wie funktioniert der randomisierte Algorithmus von Babai?

Literatur: [Bab79]

6. **Graphisomorphie in SPP.** Eine Sprache L liegt in der Komplexitätsklasse SPP, wenn es eine Polynomialzeit-NTM gibt, sodass es für alle $x \notin L$ gleich viele akzeptierende und verwerfende Berechnungen gibt, und für alle $x \in L$ genau eine akzeptierende mehr als verwerfende.

Inhalt: Wie funktioniert der SPP-Algorithmus für Graphisomorphie?

Literatur: [AK06]

Ablauf

- In der ersten Vorlesungswoche stellen wir euch die Referatsthemen vor und ihr wählt euer Thema aus. Außerdem geben wir euch Hinweise zur Gestaltung von Referaten und Ausarbeitungen.
- Im Lauf des Semesters haltet ihr **Referate**
 - Die Referate haben das Ziel, dass ihr (a) euch ein Thema erarbeitet, (b) euer Thema den anderen vermittelt, (c) von den Referaten der anderen lernt und (d) Vortragspraxis sammelt.
 - Einerseits sollen eure Referate *anschaulich* sein: Ihr führt die anderen in euer Thema ein. Bitte setzt dabei nicht mehr voraus, als sie schon wissen. Mit Beispielen und Bildern könnt ihr euren Zuhörern das Verstehen erleichtern. Eine gute Richtschnur für gute Erklärungen ist die Frage »Was hat mir selbst geholfen, das zu verstehen?«
 - Andererseits sollen eure Referate auch *präzise* sein: Klare Definitionen und die Details von Konstruktionen und Algorithmen gehören auch dazu.
 - Für euer Referat stehen euch ca. 90 Minuten zur Verfügung. Bitte plant Zeit für Rückfragen ein!
 - Nach jedem Referat gibt es eine Feedbackrunde.
- **Vorbereitung** des eigenen Referats:
 - Ihr arbeitet euch in das Thema ein, indem ihr die angegebene (und ggf. weitere) Literatur lest. Literatur, die es nicht in der Bibliothek oder im Netz gibt, kann bei uns kopiert werden.
 - Vor der Vorbereitung des Vortrags lest ihr am besten [TWM11, Abschnitt 5]
 - das lohnt sich auch dann, wenn ihr nicht \LaTeX verwendet.
 - Eine Woche vor dem Referat kommt ihr in unsere Sprechstunde, um letzte Verständnisfragen zu stellen und den Ablauf des Referats durchzusprechen.
- Es ist ein zentrales Element eines Seminars, auch von den Referaten der anderen zu lernen. Deshalb solltet ihr möglichst immer **anwesend sein**. Wenn ihr mehr als einmal fehlt, zeigt uns bitte unaufgefordert ein Attest.
- Nach dem Referat fertigt ihr noch eine schriftliche **Ausarbeitung** zu eurem Thema an.
 - Die Ausarbeitungen haben das Ziel, (a) das im Seminar gesammelte Wissen zusammenzufassen, (b) Interessierten einen Einstieg in euer Thema zu ermöglichen und (c) euch die Gelegenheit zu geben, wissenschaftliches Schreiben zu üben (Vorbereitung auf Abschlussarbeiten).
 - Wir werden eure Ausarbeitungen auf der Webseite des Seminars veröffentlichen, wenn ihr damit einverstanden seid.
 - Der Umfang eurer Ausarbeitung soll dem Umfang eures Referats entsprechen. Erfahrungsgemäß ergibt das 10–20 Seiten.
 - Hinweise zum wissenschaftlichen Schreiben findet ihr unter [Böt06] und [Mit07].

Literatur

- [ADK⁺12] V. Arvind, Bireswar Das, Johannes Köbler, and Sebastian Kuhnert. ‘The isomorphism problem for k -trees is complete for logspace’. In: *Information and Computation* 217 (Aug. 2012), pp. 1–11. DOI: 10.1016/j.ic.2012.04.002.
- [AK06] V. Arvind and Piyush P. Kurur. ‘Graph isomorphism is in SPP’. In: *Information and Computation* 204.5 (May 2006), pp. 835–852. DOI: 10.1016/j.ic.2006.02.002.
- [Bab79] László Babai. *Monte-Carlo algorithms in graph isomorphism testing*. Tech. rep. 79–10. Université de Montréal, 1979. URL: <http://people.cs.uchicago.edu/~laci/lasvegas79.pdf> (visited on Sept. 27, 2012).
- [Bod90] Hans L. Bodlaender. ‘Polynomial algorithms for graph isomorphism and chromatic index on partial k -trees’. In: *Journal of Algorithms* 11.4 (Dec. 1990), pp. 631–643. DOI: 10.1016/0196-6774(90)90013-5.
- [Böt06] Martin Böttcher. *Einführung in das wissenschaftliche Arbeiten*. Universität Leipzig, 2006. URL: http://bis.informatik.uni-leipzig.de/de/Lehre/0506/SS/SemASKE/files?get=einfuehrung_in_das_wiss_arbeiten.pdf (besucht am 27. Sep. 2012).
- [KCP82] Maria M. Klawe, Derek G. Corneil, and Andrzej Proskurowski. ‘Isomorphism testing in hookup classes’. In: *SIAM Journal on Algebraic and Discrete Methods* 3.2 (June 1982), pp. 260–274. DOI: 10.1137/0603025.
- [KKL⁺11] Johannes Köbler, Sebastian Kuhnert, Bastian Laubner, and Oleg Verbitsky. ‘Interval graphs: Canonical representations in logspace’. In: *SIAM Journal on Computing* 40.5 (2011), pp. 1292–1315. DOI: 10.1137/10080395X.
- [KKV12] Johannes Köbler, Sebastian Kuhnert, and Oleg Verbitsky. ‘Around and beyond the isomorphism problem for interval graphs’. In: *Bulletin of the European Association for Theoretical Computer Science* 107 (June 2012). Computational Complexity Column, pp. 44–71. URL: <http://albcom.lsi.upc.edu/ojs/index.php/beatcs/article/download/132/147> (visited on Sept. 27, 2012).
- [Mit07] Roland Mittermair. *Hinweise für korrektes Zitieren*. Institut für Informatik-Systeme, Universität Klagenfurt, 2007. URL: <http://www.uni-klu.ac.at/tewi/downloads/Zitierhinweise.pdf> (besucht am 27. Sep. 2012).
- [TWM11] Till Tantau, Joseph Wright, and Vedran Miletic. *The BEAMER class*. Version 3.22. Sept. 19, 2011. URL: <http://mirror.ctan.org/macros/latex/contrib/beamer/doc/beameruserguide.pdf> (visited on Sept. 27, 2012).