

Übungsblatt 8

Besprechung der mündlichen Aufgaben am 10.–14. 12. 2012
Abgabe der schriftlichen Lösungen bis 15:00 am 19. 12. 2012

Aufgabe 54 Gegeben sei die Sprache $L = \{a^n b^m \mid n > m \geq 0\}$. **mündlich**

- Geben Sie einen PDA M für L an und beweisen Sie dessen Korrektheit.
- Konstruieren Sie aus M eine kontextfreie Grammatik. Verwenden Sie das Verfahren aus der Vorlesung.

Aufgabe 55 **10 Punkte**

Gegeben sei der Kellerautomat $M = (Z, \Sigma, \Gamma, \delta, q, \#)$ mit $Z = \{p, q\}$, $\Sigma = \{a, b, c\}$, $\Gamma = \{A, B, \#\}$ und der Überföhrungsfunktion

$$\begin{array}{llll} \delta : q\epsilon\# \rightarrow q & (1) & qa\# \rightarrow qA\# & (2) & qaA \rightarrow qAA & (3) & qbA \rightarrow pA & (4) \\ p\epsilon\# \rightarrow q & (5) & pbA \rightarrow p & (6) & pb\# \rightarrow pB\# & (7) & pbB \rightarrow pBB & (8) \\ pcB \rightarrow q & (9) & qcB \rightarrow q. & (10) & & & & \end{array}$$

- Geben Sie eine explizite Beschreibung für $L(M)$ an. (2 Punkte)
- Konstruieren Sie zu M eine äquivalente kontextfreie Grammatik G . Verwenden Sie das Verfahren aus der Vorlesung. (5 Punkte)
- Geben Sie eine akzeptierende Rechnung von $M(abbbcc)$ und die zugehörige Ableitung in der Grammatik G an. (3 Punkte)

Aufgabe 56 **mündlich**

Zeigen Sie, dass die Überföhrungsrelation \vdash_M eines PDA $M = (Z, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, \#)$ genau dann rechtseindeutig ist, wenn δ für alle $q \in Z$, $a \in \Sigma$ und $A \in \Gamma$ die Bedingung $\|\delta(q, a, A)\| + \|\delta(q, \epsilon, A)\| \leq 1$ erfüllt.

Aufgabe 57 **mündlich**

- Geben Sie einen PDA für das Komplement von $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 1\}$ an (d. h. $\bar{L} \in \text{CFL} \setminus \text{DCFL}$). (optional)
- Geben Sie kontextfreie Grammatiken für die Sprachen $L = \{ww^R \mid w \in \{a, b\}^*\}$ und \bar{L} an, d. h. $L \in \text{CFL} \cap \text{co-CFL}$. (Bemerkung: L ist aber nicht in DCFL.)

Aufgabe 58 **5 Punkte**

- Sei A eine (deterministisch) kontextfreie und B sei eine reguläre Sprache. Zeigen Sie, dass dann $A \cap B$ (deterministisch) kontextfrei ist. Müssen dann auch die Sprachen $A \setminus B$ und $A \Delta B$ (deterministisch) kontextfrei sein? (mündlich)

- Zeigen Sie, dass die Klasse CFL der kontextfreien Sprachen nicht unter dem perm-Operator (siehe Aufgabe 33) abgeschlossen ist. (5 Punkte)

Aufgabe 59 **5 Punkte**

- Zeigen Sie, dass deterministische Kellerautomaten durch Leeren des Kellers genau die präfixfreien Sprachen in DCFL akzeptieren. (mündlich)
- Zeigen Sie, dass Kellerautomaten mit Endzuständen genau die kontextfreien Sprachen akzeptieren (also gilt $\text{DCFL} \subseteq \text{CFL}$). (5 Punkte)

Aufgabe 60 Sei $L \subseteq \Sigma^*$ eine Sprache in DCFL. Zeigen Sie: **mündlich, optional**

- L wird von einem DPDA erkannt, der für alle Eingaben $x \in L \setminus \{\epsilon\}$ unmittelbar nach Lesen des letzten Zeichens von x einen Endzustand annimmt.
- Für jedes $a \in \Sigma$ ist auch die Sprache $L_{-a} = \{x \in (\Sigma \setminus \{a\})^* \mid x \in L \text{ oder } xa \in L\}$ in DCFL.

Aufgabe 61 Sei $L \subseteq \Sigma^*$ und sei $\$ \notin \Sigma$. Zeigen Sie: **mündlich**

- $L\$$ ist präfixfrei.
- L ist genau dann in DCFL, wenn $L\$$ in DCFL ist. (Hinweis: Verwenden Sie Aufgabe 60.b.)
- L ist genau dann in DCFL, wenn $L\$$ von einem deterministischen PDA durch Leeren des Kellers akzeptiert wird.

Aufgabe 62 **mündlich, optional**

- Geben Sie DPDAs für die Sprachen $L_1 = \{a^n b^m c^m \mid n, m \geq 0\}$ und $L_2 = \{a^n b^n c^m \mid n, m \geq 0\}$ an. (Bemerkung: Da $L_1 \cap L_2 = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\} \notin \text{CFL}$ ist, ist der Abschluss von DCFL unter Durchschnitt nicht in CFL enthalten.)
- Zeigen Sie, dass DCFL nicht unter Spiegelung abgeschlossen ist.
Hinweis: Betrachten Sie die Sprache $L = L_3 \cup 0L_4$ mit $L_3 = \{a^i b^j c^k \mid i \neq j\}$ und $L_4 = \{a^i b^j c^k \mid j \neq k\}$ und verwenden Sie Aufgabe 60.b für den Nachweis, dass $L^R \notin \text{DCFL}$ ist.
- Zeigen Sie, dass DCFL nicht unter (symmetrischer) Differenz abgeschlossen ist.

Aufgabe 63 Zeigen Sie: **10 Punkte**

- Die Klasse DCFL ist unter dem min-Operator abgeschlossen. (mündlich)
- CFL ist nicht unter dem min-Operator abgeschlossen. (5 Punkte)
Hinweis: Betrachten Sie die Sprache $\{a^i b^j c^k \mid i \leq k \text{ oder } j \leq k\}$.
- DCFL ist nicht unter Sternhüllenbildung abgeschlossen. (5 Punkte)
Hinweis: Orientieren Sie sich an dem in der Vorlesung geföhrten Beweis, dass DCFL nicht unter Produktbildung abgeschlossen ist, da zwar $\{\epsilon, 0\}$ und $L = L_3 \cup 0L_4$ (siehe Aufgabe 62) in DCFL sind, nicht aber $\{\epsilon, 0\}L$, und zeigen Sie, dass zwar $L \cup \{0\}$ in DCFL ist, nicht aber $(L \cup \{0\})^*$.