

Übungsblatt 7

Abgabe der schriftlichen Lösungen bis 18. Dezember 2012

Aufgabe 34

mündlich

Zeigen Sie, dass das CIRVAL-Problem für Schaltkreise der Tiefe $d(n)$ in Platz $\mathcal{O}(d(n))$ entscheidbar ist.

Aufgabe 35 Zeigen Sie:

mündlich

- Das Problem SUBGI, für zwei Graphen G und H zu entscheiden, ob G isomorph zu einem Teilgraphen von H ist, ist NP-vollständig.
- Das Problem TAUT, für eine gegebene boolesche Formel F die Allgemeingültigkeit zu entscheiden, ist co-NP-vollständig.
- Das Problem, für einen gegebenen gerichteten Graphen G zu entscheiden, ob er stark zusammenhängend ist, ist NL-vollständig.
- Das Independent Set Problem für bipartite Graphen liegt in P.
- Das Erfüllbarkeitsproblem für KNF-Formeln, in denen jede Variable höchstens zweimal vorkommt, liegt in P.
- Das Erfüllbarkeitsproblem für 3-KNF-Formeln, in denen jede Variable höchstens dreimal vorkommt, ist NP-vollständig.
- Das Erfüllbarkeitsproblem für 3-KNF-Formeln, in denen alle Klauseln aus genau drei Literalen bestehen und in denen jede Variable höchstens dreimal vorkommt, liegt in P

- Das Problem 3-COLORING, für einen Graphen G zu entscheiden, ob er 3-färbbar ist, ist NP-vollständig.

Hinweis: Reduzieren Sie NAESAT \leq 3-COLORING.

Aufgabe 36

mündlich

Zeigen Sie, dass QBF PSPACE-vollständig ist.

Aufgabe 37

mündlich

Zeigen Sie, dass eine Sprache L genau dann in RP liegt, wenn es eine PTM M gibt, die niemals ? ausgibt, keinen Fehler macht (d.h. es gilt $\Pr[M(x) = \bar{L}(x)] = 0$ für alle x) und deren erwartete Laufzeit bei allen Eingaben $x \in L$ polynomiell beschränkt ist. Finden Sie eine analoge Charakterisierung für $L \in ZPP$.

Aufgabe 38

mündlich

Für eine PTM M und eine Eingabe x sei $bias_M(x) = \Pr[M(x) = 1] - 1/2$. Zeigen Sie, dass jede von einer PPTM M mit $|bias_M(x)| = 1/|x|^{\mathcal{O}(1)}$ akzeptierte Sprache in BPP liegt.

Aufgabe 39

10 Punkte

- Sei E die Kantenrelation eines gerichteten Graphen G . Zeigen Sie, dass sich dann die reflexive transitive Hülle E^* von E durch $E^* = (E \cup Id)^{n-1}$ darstellen lässt.
- Reduzieren Sie REACH auf CIRVAL, indem Sie zu jedem gerichteten Graphen G mit n Knoten einen Schaltkreis c der Tiefe $\mathcal{O}(\log^2 n)$ ohne Eingänge konstruieren mit $c = 1$ gdw. $G \in \text{REACH}$.
- Zeigen Sie, dass Sprachen in $\text{NSPACE}(s(n))$, $s(n) \geq \log n$, Schaltkreise der Tiefe $\mathcal{O}(s(n)^2)$ und Größe $2^{\mathcal{O}(s(n))}$ haben.