Übungsblatt 6

Besprechung der mündlichen Aufgaben am 28. 11.–2. 12. 2011
Abgabe der schriftlichen Lösungen bis 11:10 am 7. 12. 2011

Aufgabe 41 ***10 Punkte***

Eine **linksreguläre** Grammatik darf nur Regeln der Bauart $A \to a$, $A \to Ba$ oder $A \to \varepsilon$ enthalten. Der Begriff einer rechtsregulären Grammatik ist analog definiert, entspricht also dem in der Vorlesung definierten Typ einer regulären Grammatik.

Gegeben seien die beiden Grammatiken

$$G_1 = \big(\{S\},\ \{a,b\},\ \{S \to ababS, abab\},\ S\big) \text{ und}$$
$$G_2 = \big(\{S,T\},\ \{a,b\},\ \{S \to aS, abT;\ T \to aT, abS, ab\},\ S\big).$$

(a) Geben Sie einen regulären Ausdruck sowie eine links- und eine rechtsreguläre Grammatik für die Sprache $L(G_1)$ an. *(mündlich)*

(b) Geben Sie einen regulären Ausdruck sowie eine links- und eine rechtsreguläre Grammatik für die Sprache $L(G_2)$ an. *(6 Punkte)*

(c) Zeigen Sie allgemein, dass eine Sprache genau dann von einer linksregulären Grammatik erzeugt wird, wenn es eine rechtsreguläre Grammatik für sie gibt. *(mündlich)*

(d) Lassen sich mit Grammatiken, die nur Produktionen der Form $A \to a$, $A \to Ba$, $A \to aB$ und $A \to \varepsilon$ enthalten, auch nicht-reguläre Sprachen erzeugen? Begründen Sie Ihre Antwort. *(4 Punkte)*

Aufgabe 42 ***5 Punkte***

Finden Sie Grammatiken für die folgenden Sprachen über $\Sigma = \{a,b\}$:

$L_1 = \{w \in \Sigma^* \mid \text{in } w \text{ kommt } abab \text{ als Teilwort vor}\}$, *(mündlich)*

$L_2 = \{w \in \Sigma^* \mid \text{jeder zweite Buchstabe in } w \text{ ist ein } a\}$, *(mündlich)*

$L_3 = \{w \in \Sigma^* \mid \text{in } w \text{ kommen doppelt soviele } a\text{'s wie } b\text{'s vor}\}$. *(5 Punkte)*

Begründen Sie jeweils die Korrektheit Ihrer Grammatik.

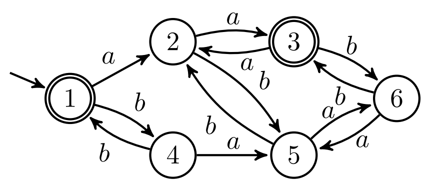
Aufgabe 43 Betrachten Sie den untenstehenden DFA M. ***10 Punkte***

(a) Geben Sie für M eine äquivalente reguläre Grammatik an. *(5 Punkte)*

(b) Geben Sie für die reguläre Grammatik $G = (\{A,B\},\{a,b\},P,A)$ mit den Regeln

$$P: A \to aB, a, \varepsilon$$
$$B \to bA, b$$

einen äquivalenten NFA an. *(5 Punkte)*



Benutzen Sie jeweils das Verfahren aus der Vorlesung.

Aufgabe 44 ***mündlich***

Die Funktion l_{reg} (l_{kfr}) weise einer Sprache L, die die Konklusion des Pumping-Lemmas für reguläre (kontextfreie) Sprachen erfüllt, ihre Pumpingzahl und allen anderen Sprachen den Wert ∞ zu. Eine Sprache $T \subseteq \Sigma^*$ über einem *unären* Alphabet $\Sigma = \{a\}$ heißt *tally*. Zeigen Sie:

(a) Für jede Sprache L gilt $l_{kfr}(L) \le l_{reg}(L)$.

(b) Für jede tally Sprache T gilt $l_{kfr}(T) = l_{reg}(T)$.

(c) Für jede tally Sprache $T \subseteq \{a\}^*$ mit $l = l_{reg}(T) < \infty$ gilt: Falls a^n, $n \ge l$, zu T gehört, so enthält T auch alle Wörter $a^{n+il!}$, $i \ge 1$. *(optional)*

(d) Eine tally Sprache T ist genau dann regulär, wenn $l_{reg}(T) < \infty$ ist. *(optional)*

(e) Es gibt keine tally Sprache in $\mathsf{CFL} - \mathsf{REG}$. *(optional)*

Aufgabe 45 Zeigen Sie mittels der Sprache ***5 Punkte***

$$L = \{a^i b^j c^k d^l \mid i = 0 \text{ oder } j = k = l\},$$

dass die Umkehrung des Pumping-Lemmas für kontextfreie Sprachen im Allgemeinen falsch ist.

Aufgabe 46 Stimmen folgende Aussagen? Begründen Sie. ***mündlich***

(a) Für kontextfreie Sprachen A, B sind auch $A \setminus B$ und $A \Delta B$ kontextfrei.

(b) Falls A, B kontextfreie Sprachen mit $A = BC$ sind, dann ist auch C kontextfrei.

(c) Falls A kontextfrei ist und $A \subseteq B$ gilt, dann kann B regulär sein.

(d) Eine kontextfreie Grammatik in CNF ist immer eindeutig.