Humboldt-Universität zu Berlin
Prof. Dr. Johannes Köbler

Einführung in die Theoretische Informatik
26. Oktober 2011

Übungsblatt 2

Besprechung der mündlichen Aufgaben am 31.10.–4. 11. 2011
Abgabe der schriftlichen Lösungen bis 11:10 Uhr am 9. 11. 2011

Aufgabe 8 ***5 Punkte***

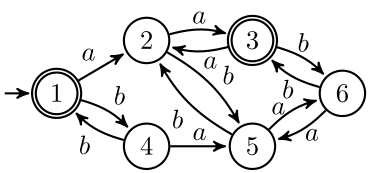
Seien A, B, C Sprachen. Zeigen oder widerlegen Sie:

(a) $A(B \cup C) = AB \cup AC$, (b) $A(B \cap C) \subseteq AB \cap AC$, *(mündlich)*

(c) $A^+ = AA^*$, (d) $A(B \cap C) = AB \cap AC$. *(2+3 Punkte)*

Aufgabe 9 ***5 Punkte***

Gegeben sei nebenstehender DFA. Geben Sie möglichst einfache reguläre Ausdrücke für die folgenden Sprachen an.



(a) $L^0_{1,2}$, $L^6_{2,1}$, $L^4_{2,5}$, *(mündlich)*

(b) $L^5_{2,3}$ und $L^5_{1,3}$. *(5 Punkte)*

Aufgabe 10 ***5 Punkte***

Betrachten Sie die Sprachen

$$A = \{u \in \{a,b\}^* \mid u \text{ endet mit } b\} \text{ und } B = \{v \in \{a,b\}^* \mid \#_a(v) \text{ ist ungerade}\}.$$

(a) Geben Sie für die Sprachen A und B DFAs M und M' mit jeweils 2 Zuständen an. *(mündlich)*

(b) Konstruieren Sie aus M und M' mit dem Verfahren aus der Vorlesung einen NFA N für das Produkt $L = AB$. *(mündlich)*

(c) Konstruieren Sie aus N einen NFA N' für die Sternhülle L^* von L mit dem Verfahren aus der Vorlesung. *(5 Punkte)*

Aufgabe 11 ***mündlich***

Ein ENFA (extended NFA) ist ein NFA $N = (Z, \Sigma, \delta, S, E)$, wobei δ die Form

$$\delta : Z \times \Sigma^* \to \mathcal{P}(Z)$$

hat und $\{(z,w) \mid \delta(z,w) \neq \varnothing\}$ endlich ist. Der Zustandsgraph von N hat also nur endlich viele Kanten, die mit Wörtern $w \in \Sigma^*$ beschriftet sind. Ist eine Kante mit ε beschriftet, so spricht man von einem »spontanen« Übergang, da N den Zustand wechselt, ohne ein Eingabezeichen zu lesen.

(a) Definieren Sie die von einem ENFA N erkannte Sprache formal.

(b) Zeigen Sie, dass $\{L(N) \mid N \text{ ist ein ENFA}\} = \mathsf{REG}$ ist.

(c) Zeigen Sie, dass bei Verzicht auf die Bedingung „$\{(z,w) \mid \delta(z,w) \neq \varnothing\}$ ist endlich“ jede Sprache $L \subseteq \Sigma^*$ von einem ENFA erkannt wird.

Aufgabe 12 ***mündlich***

Sei $L_1 \subseteq \{a,b\}^*$ die Sprache der Wörter, die aba als Teilwort enthalten.

(a) Geben Sie einen NFA N für L_1 an und zeigen Sie, dass $L(N) = L_1$ ist.

(b) Konstruieren Sie den zu N gehörigen Potenzmengenautomaten.

(c) Geben Sie reguläre Ausdrücke für L_1 und für $\overline{L_1}$ an.

Aufgabe 13 ***10 Punkte***

Sei $L_2 \subseteq \{a,b\}^*$ die Sprache der Wörter, die das Teilwort $abab$ enthalten.

(a) Geben Sie einen NFA N für L_2 an und zeigen Sie $L(N) = L_2$. *(3 Punkte)*

(b) Konstruieren Sie den zu N gehörigen Potenzmengenautomaten. *(3 Punkte)*

(c) Geben Sie reguläre Ausdrücke für L_2 und für $\overline{L}_2$ an. *(4 Punkte)*

Aufgabe 14 ***5+5 Punkte***

Sei $L \subseteq \Sigma^*$ eine reguläre Sprache. Zeigen Sie, dass dann auch die folgenden Sprachen regulär sind, indem Sie aus einem DFA für L einen DFA (oder NFA) für diese Sprachen konstruieren. Begründen Sie jeweils auch die Korrektheit des von Ihnen konstruierten Automaten.

(a) $\mathit{prefix}(L) = \{x \in \Sigma^* \mid \exists y \in \Sigma^* : xy \in L\}$, *(mündlich)*

(b) $L^R = \{x^R \mid x \in L\}$, *(mündlich)*
(x^R bezeichnet das gespiegelte Wort, z.B. $abcd^R = dcba$)

(c) $\mathit{suffix}(L) = \{x \in \Sigma^* \mid \exists y \in \Sigma^* : yx \in L\}$, *(2 Punkte)*

(d) L^+, *(3 Punkte)*

*(e) $\mathit{cycle}(L) = \{vu \in \Sigma^* \mid uv \in L\}$, *(4 Zusatzpunkte)*

*(f) $L/2 = \{x \in \Sigma^* \mid \exists y \in \Sigma^* : xy \in L, |x| = |y|\}$. *(6 Zusatzpunkte)*

Hinweis: Mit * markierte Aufgaben haben einen erhöhten Schwierigkeitsgrad. Falls Sie schriftlich zu lösen sind, werden dafür Bonuspunkte vergeben.