Humboldt-Universität zu Berlin — Einführung in die Theoretische Informatik
Prof. Dr. Johannes Köbler — 19. Oktober 2011

Übungsblatt 1

Besprechung der mündlichen Aufgaben am 24.–28. 10. 2011
Abgabe der schriftlichen Lösungen bis 11:10 Uhr am 2. 11. 2011

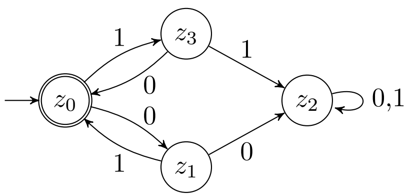
Für einen Übungsschein sind folgende Kriterien zu erfüllen:

- Lösen der schriftlichen Aufgaben im Umfang von mindestens 50% der erreichbaren Punkte und

- Vorrechnen von mindestens 3 mündlichen Aufgaben.

Sie können die mündlichen Aufgaben nur in der Gruppe vorrechnen, in der Sie unter Goya eingetragen sind. Die schriftlichen Aufgaben können in Gruppen von bis zu zwei Personen bearbeitet werden. Diese Gruppen sollen über das Semester gleich bleiben.

Aufgabe 1 Betrachten Sie folgenden DFA M: ***mündlich***



(a) Welche Zustände durchläuft M bei Eingabe $x = 011011$? Gehört x zur erkannten Sprache $L(M)$?

(b) Geben Sie alle Wörter der Länge ≤ 5 an, die M akzeptiert.

(c) Beschreiben Sie informell die von M akzeptierte Sprache $L(M)$.

Aufgabe 2 ***mündlich***

Geben Sie für jede der folgenden Sprachen über dem Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$ jeweils einen DFA und NFA (als Zustandsgraphen) mit möglichst wenigen Zuständen an:

$$\begin{aligned} L_1 &= \{w \mid w \text{ endet auf } 000\}, \\ L_2 &= \{w \mid w \text{ enthält eine durch vier teilbare Anzahl Einsen}\}, \\ L_3 &= L_1 \cap L_2. \end{aligned}$$

Aufgabe 3 ***12 Punkte***

Geben Sie für jede der folgenden Sprachen über dem Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$ jeweils einen DFA und NFA mit möglichst wenigen Zuständen an:

$$\begin{aligned} L_1 &= \{w \mid w \text{ enthält zwei aufeinanderfolgende Nullen}\}, \\ L_2 &= \overline{L_1} = \Sigma^* \setminus L_1, \\ L_3 &= \{w \mid |w| \geq 2 \text{ und das zweitletzte Zeichen von } w \text{ ist eine Eins}\}. \end{aligned}$$

Aufgabe 4 ***mündlich***

Geben Sie möglichst kleine nichtleere Sprachklassen K und K' über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$ an, so dass K abgeschlossen und K' nicht abgeschlossen ist gegenüber

(a) Vereinigung, (c) Komplement, (e) Sternhülle,
(b) Durchschnitt, (d) Produkt, (f) Teilmengenbildung.

Aufgabe 5 ***mündlich***

Zeigen Sie, dass die Menge der *Binär*-Darstellungen (ohne führende Nullen) der durch drei teilbaren natürlichen Zahlen regulär ist.

Aufgabe 6 ***8 Punkte***

Zeigen Sie, dass die Menge der *Dezimal*-Darstellungen (ohne führende Nullen) der durch vier teilbaren natürlichen Zahlen regulär ist.

Aufgabe 7 Sei Σ das Alphabet ***mündlich***

$$\Sigma = \left\{ \boxed{\begin{matrix}0\\0\\0\end{matrix}}, \boxed{\begin{matrix}0\\0\\1\end{matrix}}, \boxed{\begin{matrix}0\\1\\0\end{matrix}}, \boxed{\begin{matrix}0\\1\\1\end{matrix}}, \boxed{\begin{matrix}1\\0\\0\end{matrix}}, \boxed{\begin{matrix}1\\0\\1\end{matrix}}, \boxed{\begin{matrix}1\\1\\0\end{matrix}}, \boxed{\begin{matrix}1\\1\\1\end{matrix}} \right\}.$$

Eine korrekte Addition von zwei binären Zahlen kann als ein Wort $w \in \Sigma^*$ dargestellt werden, wenn man sich die Symbole von Σ als Spalten vorstellt. Zum Beispiel wird die Addition

$$\begin{array}{r} 0\,1\,0\,1 \\ +\ 0\,1\,1\,0 \\ \hline 1\,0\,1\,1 \end{array}$$

durch folgenden String w der Länge 4 dargestellt:

$$w = \boxed{\begin{matrix}0\\0\\1\end{matrix}}\boxed{\begin{matrix}1\\1\\0\end{matrix}}\boxed{\begin{matrix}0\\1\\1\end{matrix}}\boxed{\begin{matrix}1\\0\\1\end{matrix}}.$$

Zeigen Sie durch Angabe eines endlichen Automaten M, dass die Sprache L aller Wörter $w \in \Sigma^*$, die korrekte Additionen darstellen, regulär ist (fassen Sie dabei auch das leere Wort ε als korrekte Addition auf).