Übungsblatt 7

Abgabe der schriftlichen Lösungen bis 6. Januar 2011

Aufgabe 34 ***mündlich***

Zeigen Sie, dass das CirVal-Problem für Schaltkreise der Tiefe $d(n)$ in Platz $\mathcal{O}(d(n))$ entscheidbar ist.

Aufgabe 35 Zeigen Sie: ***mündlich***

(a) Das Problem SubGI, für zwei Graphen G und H zu entscheiden, ob G isomorph zu einem Teilgraphen von H ist, ist NP-vollständig.

(b) Das Problem TAUT, für eine gegebene boolesche Formel F die Allgemeingültigkeit zu entscheiden, ist co-NP-vollständig.

(c) Das Problem, für einen gegebenen gerichteten Graphen G zu entscheiden, ob er stark zusammenhängend ist, ist NL-vollständig.

(d) Das Independent Set Problem für bipartite Graphen liegt in P.

(e) Das Erfüllbarkeitsproblem für KNF-Formeln, in denen jede Variable höchstens zweimal vorkommt, liegt in P.

(f) Das Erfüllbarkeitsproblem für 3-KNF-Formeln, in denen jede Variable höchstens dreimal vorkommt, ist NP-vollständig.

(g) Das Erfüllbarkeitsproblem für 3-KNF-Formeln, in denen alle Klauseln aus genau drei Literalen bestehen und in denen jede Variable höchstens dreimal vorkommt, liegt in P

(h) Das Problem 3Coloring, für einen Graphen G zu entscheiden, ob er 3-färbbar ist, ist NP-vollständig.

Hinweis: Reduzieren Sie NaeSAT $\leq$ 3Coloring.

Aufgabe 36 ***mündlich***

Zeigen Sie, dass QBF PSPACE-vollständig ist.

Aufgabe 37 ***mündlich***

Zeigen Sie, dass eine Sprache L genau dann in RP liegt, wenn es eine PTM M gibt, die niemals ? ausgibt, keinen Fehler macht (d.h. es gilt $\Pr[M(x) = \bar{L}(x)] = 0$ für alle x) und deren erwartete Laufzeit bei allen Eingaben $x \in L$ polynomiell beschränkt ist. Finden Sie eine analoge Charakterisierung für $L \in$ ZPP.

Aufgabe 38 ***mündlich***

Für eine PTM M und eine Eingabe x sei $\mathrm{bias}_M(x) = \Pr[M(x) = 1] - 1/2$. Zeigen Sie, dass jede von einer PPTM M mit $\|\mathrm{bias}_M(x)\| = 1/|x|^{\mathcal{O}(1)}$ akzeptierte Sprache in BPP liegt.

Aufgabe 39 ***10 Punkte***

(a) Sei E die Kantenrelation eines gerichteten Graphen G. Zeigen Sie, dass sich dann die reflexive transitive Hülle E^* von E durch $E^* = (E \cup Id)^{n-1}$ darstellen lässt.

(b) Reduzieren Sie Reach auf CirVal, indem Sie zu jedem gerichteten Graphen G mit n Knoten einen Schaltkreis c der Tiefe $\mathcal{O}(\log^2 n)$ ohne Eingänge konstruieren mit $c = 1$ gdw. $G \in$ Reach.

(c) Zeigen Sie, dass Sprachen in NSPACE$(s(n))$, $s(n) \geq \log n$, Schaltkreise der Tiefe $\mathcal{O}(s(n)^2)$ und Größe $2^{\mathcal{O}(s(n))}$ haben.