

Übungsblatt 6

Abgabe der schriftlichen Lösungen bis 16. Dezember 2010

Aufgabe 28 Zeigen Sie:

mündlich

- (a) Die Klassen L, NL, P, NP, co-NP, PSPACE, EXP und EXPSPACE sind unter \leq_m^{\log} -Reduktionen abgeschlossen.
- (b) Falls es eine NL-vollständige Menge in L gibt, dann ist $L = NL$.
- (c) Falls es eine NP-vollständige Menge in co-NP gibt, dann ist $NP = co-NP$.

Aufgabe 29

mündlich

Zwei Sprachen A und B heißen **äquivalent** ($A \equiv_m^{\log} B$), falls $A \leq_m^{\log} B$ und $B \leq_m^{\log} A$ gilt. Der **Grad** $[A]$ einer Sprache A ist die Klasse aller Sprachen B , die äquivalent zu A sind. Aus wie vielen verschiedenen Graden besteht die Klasse L?

Aufgabe 30

mündlich

Zeigen Sie, dass folgende Probleme NL-vollständig sind.

- (a) REACH (*Hinweis*: Betrachten Sie den Konfigurationsgraphen einer NL-Maschine).
- (b) 2-SAT (*Hinweis*: Reduzieren Sie REACH auf $\overline{2\text{-SAT}}$).

Aufgabe 31 Zeigen Sie:

mündlich

Jede von einer blinden DTM in Zeit $t(n)$ akzeptierte Sprache hat Schaltkreise der Größe $\mathcal{O}(t(n))$. (*Bemerkung*: Es ist bekannt, dass Sprachen in $\text{DTIME}(t(n))$ von blinden DTM in Zeit $\mathcal{O}(t(n) \log t(n))$ erkannt werden.)

Aufgabe 32

mündlich

Für eine Sprache A und eine Funktion $h : \mathbb{N} \rightarrow \Sigma^*$ sei A/h die Sprache

$$A/h = \{x \in \Sigma^* \mid x\#h(|x|) \in A\}.$$

h wird auch **Advicefunktion** für A/h und $h(n)$ **Advice** für die Eingabelänge n genannt. Für eine Sprachklasse C enthalte C/poly alle Sprachen der Form A/h , wobei A eine beliebige Sprache in C und h eine beliebige Advicefunktion mit $|h(n)| \leq n^c + c$ für eine Konstante c ist.

Zeigen Sie, dass $P/\text{poly} = \text{PSK} = \text{LINTIME}/\text{poly}$ gilt.

Aufgabe 33

10 Punkte

Sei $G = (V, E)$ ein gerichteter Graph. Eine Knotenmenge $D \subseteq V$ heißt **Dominating Set**, falls für jeden Knoten $v \notin D$ ein Knoten $u \in D$ mit $(u, v) \in E$ existiert. Das **Dominating Set Problem (DomSet)** ist wie folgt definiert:

Gegeben: Ein Graph $G = (V, E)$ und eine Zahl k .

Gefragt: Hat G ein Dominating Set D der Größe $\|D\| \leq k$?

G heißt **Turniergraph**, falls für alle Knoten $u \neq v$ genau eine der beiden Kanten (u, v) und (v, u) vorhanden ist. Zeigen Sie:

- (a) DOMSET ist NP-vollständig.
(*Hinweis*: Zeigen Sie $3\text{-SAT} \leq \text{NODECOVER} \leq \text{DOMSET}$.)
- (b) Ein Turniergraph mit n Knoten hat ein Dominating Set der Größe $\log n$.
- (c) Falls das Dominating Set Problem für Turniergraphen NP-vollständig ist, dann gilt $NP \subseteq \text{DTIME}(n^{\mathcal{O}(\log n)})$.