

Übungsblatt 1

Abgabe der schriftlichen Lösungen bis 4. November 2010

Aufgabe 1

mündlich

Betrachten Sie eine TSP-Instanz mit n Städten und Entfernungen $d_{ij} \geq 0$. Wir definieren für jede Menge S von Städten (mit $1 \notin S$) und für jedes $j \in S$ den Wert $c[S, j]$ als den kürzesten Weg von 1 nach j , der jede Stadt in $S \cup \{1\}$ genau einmal besucht.

- Geben Sie einen Algorithmus an, der alle $c[S, j]$ mit *dynamischer Programmierung* berechnet, also von kleinen auf große Stadtmengen S schließt.
- Benutzen Sie diesen Algorithmus, um das TSP in Zeit $\mathcal{O}(n^2 2^n)$ zu lösen. Welchen Platzbedarf hat der resultierende Algorithmus?

Aufgabe 2

mündlich

Eine Turingmaschine heißt **blind** (engl. *oblivious*: vergesslich, blind) falls die Kopfpositionen zu jedem Zeitpunkt t ihrer Rechnung nur von t abhängen.

- Zeigen Sie, dass jede Turingmaschine M von einer blinden Turingmaschine M' simuliert werden kann.
- Geben Sie eine obere Schranke für die Rechenzeit $\text{time}_{M'}(x)$ von M' in Abhängigkeit von $\text{time}_M(x)$ an.

Aufgabe 3

mündlich

Betrachten Sie eine Turingmaschine M , die ein *zweidimensionales* Band zur Verfügung hat. Der Schreib-Lesekopf kann sich also auch nach oben und unten bewegen.

- Von welcher Form ist die Überföhrungsfunktion von M ?
- Zeigen Sie, wie eine solche Turingmaschine durch eine DTM M' simuliert werden kann.

Aufgabe 4

mündlich

Zeigen Sie: Jede $t(n)$ -zeitbeschränkte k -DTM M kann von einer 1-DTM M' in Zeit $\mathcal{O}(t(n)^2)$ simuliert werden. Lässt sich die Simulation von M bei Verwendung einer 2-DTM noch zeiteffizienter gestalten?

Aufgabe 5

mündlich

Zeigen Sie: Jede Sprache, die von einer k -NTM in $f(n)$ vielen Schritten entschieden wird, kann auch von einer 2-NTM in $\mathcal{O}(f(n))$ vielen Schritten entschieden werden.

Aufgabe 6

10 Punkte

Bestimmen Sie für alle Paare f_i, f_j der Funktionen

$$f_1(n) = n^2, f_2(n) = n^3, f_3(n) = n^2 \log n, f_4(n) = 2^n, f_5(n) = n^n, \\ f_6(n) = n^{\log n}, f_7(n) = 2^{2^n}, f_8(n) = 2^{2^{n+1}} \text{ und } f_9(n) = \begin{cases} n^2 & n \text{ gerade,} \\ 2^n & n \text{ sonst,} \end{cases}$$

ob

- $f(n) \in \mathcal{O}(g(n))$,
- $f(n) \in \Omega(g(n))$, oder
- $f(n) \in \Theta(g(n))$ gilt.