HUMBOLDT-UNIVERSITÄT ZU BERLIN
PROF. DR. JOHANNES KÖBLER

Probeklausur

Hinweise zur Klausur:

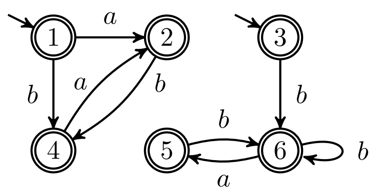
- Die Klausur findet am Dienstag, 23. 02. 2010 um 9 Uhr in RUD26, 0'115 statt.
- Voraussetzung zur Teilnahme ist der Übungsschein.
- Die Bearbeitungszeit der Aufgaben wird 120 Minuten betragen.
- Hilfsmittel sind nicht zugelassen.
- Bitte bringen Sie zur Klausur Ihren Studenten- und einen Lichtbildausweis (Personalausweis, Reisepass oder Führerschein) mit.

Hinweis zur Probeklausur:

- Für die Probeklausur sollten Sie von einer Bearbeitungszeit von 180 Minuten ausgehen (d. h. 1 Punkt entspricht 1 Minute).

Aufgabe 1 ***30 Punkte***

Betrachten Sie den nebenstehenden NFA N.



(a) Welche der Wörter ε, aa, abb und bbb gehören zu $L(N)$?

(b) Wandeln Sie N mit der Potenzmengenkonstruktion in einen DFA M um.

(c) Minimieren Sie M mit dem Verfahren aus der Vorlesung.

(d) Geben Sie einen möglichst kurzen regulären Ausdruck für $L(N)$ an.

Aufgabe 2 ***25 Punkte***

Gegeben ist die Grammatik $G = (\{S\}, \{1, +, \cdot, (,)\}, P, S)$ mit den Produktionen

$$P: \quad S \to (S + S), \quad S \to S \cdot S, \quad S \to 1.$$

(a) Geben Sie einen PDA für die Sprache $L = L(G)$ an.

(b) Zeigen Sie mit dem Pumpinglemma, dass L nicht regulär ist.

(c) Überführen Sie G in Chomsky-Normalform und prüfen Sie mit dem CYK-Algorithmus, ob das Wort $(1 + 1) \cdot 1$ zu L gehört.

Aufgabe 3 ***15 Punkte***

Geben Sie eine kontextsensitive Grammatik für $L = \{x\#x^R\#x \mid x \in \{a, b\}^*\}$ an.

Aufgabe 4 ***35 Punkte***

Sind folgende Aussagen wahr oder falsch? Begründen Sie.

(a) Wenn A kontextfrei ist, dann ist A^* regulär.

(b) Wenn A regulär ist, dann ist $A^* - A$ kontextfrei.

(c) Aus $A \le B$ und $B \in \mathsf{CSL}$ folgt $A \in \mathsf{CSL}$.

(d) Aus $A \le^p$ SAT und $A \in \mathsf{NP}$ folgt A ist NP-vollständig.

(e) Aus $A \le^p$ SAT und SAT $\le^p A$ folgt A ist NP-vollständig.

(f) Wenn A^* regulär ist, dann kann $A \cap \{1\}^*$ unentscheidbar sein.

(g) A^* ist für jede Sprache $A \subseteq \{0, 1\}^*$ semi-entscheidbar.

Aufgabe 5 ***30 Punkte***

Bestimmen Sie, welche der folgenden Sprachen entscheidbar, semi-entscheidbar, oder nicht semi-entscheidbar sind. Begründen Sie.

(a) $L_1 = \{w \in \{0,1\}^* \mid \exists x \in \{0,1\}^* : M_w(x) = x\}$,

(b) $L_2 = \{w \in \{0,1\}^* \mid \exists x \in \{0,1\}^* : M_w(x) \neq x\}$,

(c) $L_3 = \{w \in \{0,1\}^* \mid M_w(w) \text{ besucht kein Bandfeld mehrmals}\}$.

(d) $L_4 = \{w \in \{0,1\}^* \mid M_w(w) \neq w\}$,

(e) $L_5 = \{w \in \{0,1\}^* \mid \forall x \in \{0,1\}^* : M_w(w) = x\}$,

(f) $L_6 = \{w \in \{0,1\}^* \mid \exists v \in \{0,1\}^* : L(M_v) \subsetneq L(M_w)\}$.

Aufgabe 6 Zeigen Sie: ***20 Punkte***

(a) HAMPATH $\le^p$ HAMCYCLE,

(b) DIHAMPATH $\le^p$ HAMPATH.

Hinweis: Schlagen Sie die Definition der Probleme im Skript nach.

Aufgabe 7 ***25 Punkte***

Bestimmen Sie für untenstehenden Graphen G die folgenden Parameter. Begründen Sie Ihre Antwort.

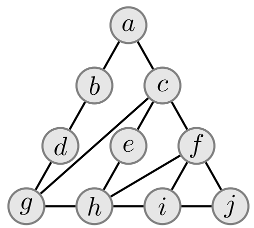
(a) $\mu(G) = \max\{\|M\| \mid M \text{ ist ein Matching in } G\}$,

(b) $\omega(G) = \max\{\|C\| \mid C \text{ ist eine Clique in } G\}$,

(c) $\chi(G) = \min\{k \ge 1 \mid G \text{ ist } k\text{-färbbar}\}$,

(d) $\alpha(G) = \max\{\|S\| \mid S \text{ ist stabil in } G\}$,

(e) $\beta(G) = \min\{\|K\| \mid K \text{ ist eine Kantenüberdeckung in } G\}$.



Geben Sie zudem an, ob G eine Eulerlinie, eine Eulertour, einen Hamiltonpfad oder einen Hamiltonkreis besitzt. Begründen Sie.